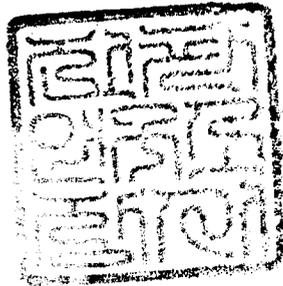


RRL
93-

8365

1993년 1월

Doppler 위성 추적 감시 기술 개발



주관연구기관명 전파연구소

한국통신학회

제 출 문

전파연구소장 귀하

본 보고서를 “Doppler 위성 추적 감시 기술 개발에 관한
연구” 사업의 연구보고서로 제출합니다.

1993. 1. 30.

연구책임자 : 최 규 홍(연세대학교 교수)
연구 원 : 육 재 림(전파연구소)
 고 영 철(전파연구소)
 이 경 희(전파연구소)
 김 혁(전파연구소)
 박 종 옥(연세대 박사과정)
 김 경 미(연세대 박사과정)
연구보조원 : 이 현 주(연세대 석사과정)
 조 성 기(연세대 석사과정)
 손 건 호(연세대 석사과정)

요 약 문

1. 제목

Doppler 위성 추적 감시 기술 개발

2. 연구의 목적 및 필요성

1992년 발사된 소형 과학위성 우리별 1호를 보유함에 따라 우리나라도 위성 보유국이 되었으며, 그동안 위성 관련 여러분야에서 수행되어진 연구들도 그 결실을 맺어가고 있다. 이러한 우리나라의 위성 관련 환경 및 전세계적인 우주 자원의 다양한 응용 환경은 우리에게 우주 자원의 활용 및 위성의 추적, 전파의 응용 기술의 확보를 요구하고 있다. 또한 우주 전파의 감시능력을 확보함으로써 전파 주권의 확보가 시급히 요구되는 실정이다.

본 연구는 우리나라 상공을 통과하는 인공위성의 운용상태 파악과 감시를 위해서 불특정 인공위성의 추적과 궤도 제원 분석을 위한 Doppler 추적 방법을 국내에서 실용화하기 위한 기술을 개발하는데 그 목적이 있다.

3. 연구의 내용 및 범위

가. Doppler 추적 감시 기술 자료수집

나. Doppler 위성 추적 감시 시스템 설계

다. Doppler shift 관측에 의한 위성 궤도 분석 S/W 제시

4. 연구 결과

가. 우리별 1호(KITSAT-1)와 같은 모델인 UOSAT 위성으로 전파를 수신하기 위한 수신 시스템의 예산 및 수신 시스템에 대한 내용

을 조사 연구하였다.

나. 인공위성을 추적하여 전파의 Doppler 편이를 측정하는 Doppler 추적 시스템에 대하여 조사, 연구하였다.

다. 관측된 도플러 편이를 갖고 그 위성의 궤도 제원을 추출해 내는 방법에 대한 이론적인 연구를 수행하였다. 관측된 도플러 편이의 자료들은 자료의 종류에 따라 위성 고도의 해석, Doppler 편이 자료만을 이용한 궤도 제원의 계산, 방위각, 고도각 및 도플러 편이 자료들을 이용한 궤도 제원의 추출에 이용될 수 있으며, 관측 자료를 이용하여 궤도 제원을 계산해내는 방법으로는 미분보정법을 사용하였다.

라. 관측된 도플러 편이 자료들을 갖고 궤도의 제원 및 고도를 분석하는 소프트웨어(S/W)를 각 방법에 대해 작성 하였다.

마. 우리별 1호(KITSAT-1)의 시선거리 변화율 관측 자료를 가지고 작성한 소프트웨어를 이용하여 위성 고도의 해석과 우리별 1호의 궤도 요소 추출을 수행 하였는데 도플러 편이의 근사치는 최대 300Hz의 차를 보이며 매우 만족할만한 결과를 나타내었다.

5. 연구의 기대성과 활용 방안

가. 국내의 인공위성의 추적 기술 확대에 기여

나. 우주전파 감시능력 확대로 우주에서의 전파 주권 확보

다. GPS(Global Positioning System)의 기술 확보에 기여

라. 우리나라의 우주과학 기술개발에 기여

6. 계획과 실적의 대비표

연구 내용	추진 일정									비고
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
문헌 조사	—	—								100% 완료
Doppler 추적 감시 기술 자료 수집			—	—						100% 완료
Doppler 위성 추적 감시 시스템 설계					—	—				100% 완료
Doppler shift 관측에 의한 위성 궤도분석 S/W 제시							—	—		100% 완료
보고서 작성									—	100% 완료

———— 당초 계획
 ———— 완 료

7. 건의사항

- 가. 우주 전파 자원의 효율적 활용 및 인공위성의 추적, 감시 업무를 효과적으로 수행하기 위해서는 기존의 위성 추적, 감시 기술 및 Doppler 위성 추적 감시 기술을 효과적으로 사용하여야 하며, 이 분야에 대한 지속적인 연구 개발이 필요하다.
- 나. 현재 위성의 추적 및 감시 업무를 수행할 수 있는 능력을 갖춘 전파연구소의 추적 시스템을 효과적으로 사용하여야 하며, 관련 산업계 및 학계의 긴밀한 공동 연구 체계가 필요하다.
- 다. 위성의 추적, 감시 기술의 확보를 위한 전문인력의 양성 및 기술 개발 대책이 시급히 필요하며, 관련된 첨단 장비의 확보가 요구된다.

목 차

제 1 장 서 론	1
제 2 장 좌표계와 시간계	2
제 1 절 좌표계(Coordinate systems)	2
1. 적도 좌표계(The equatorial coordinate system)	2
2. 지평 좌표계(The horizontal reference frame)	3
3. 좌표 변환(The transformation of coordinate systems)	4
제 2 절 시간계(The time system)	4
1. 줄리안 일(Julian Day, J.D.)	4
2. 세계 표준시(Universal time)	5
3. 그리니치 항성시(Greenwich sidereal time)	5
제 3 장 시스템 예산	6
제 1 절 도플러 효과 및 수신기의 대역폭	6
제 2 절 수신 예산(Down-link Budget)	8
제 3 절 UOSAT-1호의 수신 예산	11
1. 수신 주파수 대역폭	11
2. 수신 예산	13
제 4 장 UOSAT 위성 수신 시스템	16
제 1 절 수신 기	16
1. 수신기 회로	19
2. 수신기 상에서의 실험	20
제 2 절 병렬 접속기	23
1. 회로 설명	24
제 3 절 대역 통과 필터	27

제 5 장 Doppler 추적 System	28
제 1 절. Doppler Tracking 원리	28
제 2 절 Doppler 추적 시스템의 구성	30
제 3 절. Doppler 신호처리.	36
제 6 장 위성의 좌표	38
제 1 절 위성의 궤도 (Satellite orbit)	38
제 2 절 Doppler Shift Curve	40
제 3 절 위성의 위치 결정	41
제 4 절 위성의 출몰 시각의 결정	43
제 7 장 궤도 계산 방법및 소프트웨어	46
제 1 절 미분 보정법	46
1. Redundant System	48
2. 최소 변화 추정법	52
제 2 절 소프트웨어	55
1. 위성 고도의 해석 (Height analysis)	55
2. Doppler shift data를 사용한 미분 보정	59
3. 2개의 각과 Doppler shift data를 사용한 미분 보정	64
4. f와 g급수 전개	70
제 3 절 프로그램의 구성	72
1. 위성고도의 해석	72
2. Doppler 편이 자료만의 미분보정	73
3. 방위각, 고도각 도플러 편이 자료에 의한 미분보정	73
제 8 장 결 론	75
참고문헌	76
부 록	77

그림 차례

그림 1. 적도 좌표계	2
그림 2. 지평 좌표계	3
그림 3. UOSAT 1호의 최대 도플러 변이	12
그림 4. 수신 시스템 흐름도	17
그림 5. 수신기 흐름도	18
그림 6. 수신기의 전압대 주파수 곡선	22
그림 7. 병렬 접속기 회로도	25
그림 8. Doppler 효과에 의한 근접시간과 수신주파수의 변화	29
그림 9. 시간에 대한 Doppler 주파수 곡선의 미분	30
그림 10. Doppler 추적수신 측정시스템의 기본구성	31
그림 11. Doppler 추적 수신 시스템의 예	35
그림 12. Beat 법에 의한 Doppler 추적수신의 예	35
그림 13. Doppler Data의 저장과 Clock 이용	36
그림 14. Doppler Shift 측정 Data의 처리 과정	37
그림 15. 위성과 지상국과의 관계	40

표 차례

표 1. UOSAT-1호의 수신 예산 계산	15
표 2. Baud rate 및 자료 형식	24
표 3. TT&C 용 주파수	31

제 1 장 서 론

1992년 8월 11일 오전 8시 8분(한국 시간), 소형 실험 과학위성인 우리별 1호(KITSAT-1)를 탑재한 아리안 42P 로켓트가 중남미의 기아나(Guyna)에 위치한 쿠루(Kuru)기지에서 성공적으로 발사 되었다. KITSAT 1호는 발사 후 로켓에서 성공적으로 분리되어 위성의 본연의 임무를 수행하기 시작하였으므로 우리나라도 이제 위성 보유국이 되었다.

이번에 발사 성공한 우리별 1호는 고도 약 1300 Km의 지구 주위를 회전하는 저 고도 위성이다. 이러한 저 고도 위성은 한국 상공을 하루에 6번 정도 지나며, 최대 관측 시간은 약 15분 이내이다.

저고도 위성은 지향성 안테나로 추적하면 위성의 운동에 의한 도플러 효과를 관측할 수 있게 되며, 미분 보정법의 일종인 최소 자승법을 이용하여 이러한 도플러 효과에 의한 관측 주파수의 관측값으로부터 관측한 위성의 궤도를 산출할 수 있다.

2장에서는 가장 기본적인 시간 및 좌표 체계에 대하여 알아보았고, 3장과 4장에서는 우리별 1호와 같은 모델인 영국의 UOSAT 위성의 수신 시스템 예산 및 수신 하드웨어에 대하여 살펴 보았다. 5장에서는 우리별 1호를 추적하여 도플러 효과에 의한 도플러 편이 주파수를 검출해내는 지상 관측소의 위성 추적 시스템에 대하여 살펴 보았다.

위성의 궤도와 위치 결정, 위성의 출몰 시각 산정에 대하여 6장에서 기술하였고, 7장에서는 관측된 도플러 편이의 측정값을 가지고 미분 보정법을 이용하여 궤도를 결정하는 방법 및 관측자료의 종류에 따른 소프트웨어에 대하여 기술 하였다.

제 2 장 좌표계와 시간계 (Coordinate systems & time systems)

제 1 절 좌표계 (Coordinate systems)

1. 적도 좌표계 (The equatorial coordinate system)

지구의 중심을 중심점으로 하여 지구상의 경도와 위도의 좌표망을 천구상에 투영할 때 지구의 적도면은 대원인 천구의 적도에서 만나고, 지구의 자전축의 연장은 천구의 북극과 남극에서 천구와 만나게 된다.

천구의 적도 좌표계는 적경 α 와 적위 δ 로서 인공위성의 위치를 나타내게 된다. 적경은 춘분점을 0^h 로 하고, 천구의 적도를 따라 24^h 사이의 값을 가지고, 적위는 0° (천구의 적도)에서 $+90^\circ$ (천구의 북극) 또는 -90° (천구의 남극) 사이의 값을 가진다. 적도 좌표계는 지구의 중심을 원점으로 하는 지심 좌표계와 추적 안테나가 위치하는 지표상을 원점으로 하는 관측자 중심 좌표계로 나누는데, 위성 추적에는 관측자 중심의 적도 좌표가 주로 쓰이고, 지심 시차를 보정하면 지심 좌표계로 변환하게 된다.

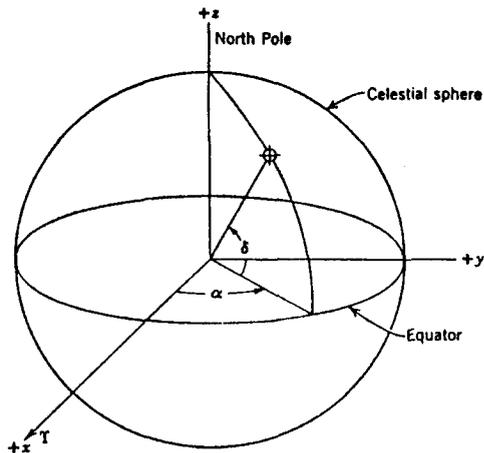


그림 1. 적도 좌표계

2. 지평 좌표계(The horizontal reference frame)

천구상에 관측자를 중심으로 하는 구면 좌표계를 생각하면, 머리위의 수직인 방향에 있는 점을 천정이라 부르고, 관측자를 지나 천정에 직각인 평면은 하늘과 만나 천구 지평선을 이루게 된다. 여기서 관측자는 위성 지상국을 말하고, 위성 지상국은 지평 좌표계의 중심에 위치하고 위성은 지평 좌표계로 관측하게 된다.

방위각 A 는 지평선을 따라 북점으로 부터 인공위성을 포함한 수직권의 발까지 동쪽으로 잰 각거리이다. 방위각은 0° 에서 360° 까지의 범위에 있다. 고도각 E 은 지평선에서 인공위성까지 수직권을 따라 위쪽으로 잰 각 거리이다. 0° (지평선)에서 90° (천정) 사이의 값을 가진다.

시선거리 ρ 는 위성 지상국으로 부터 위성까지의 거리를 나타낸다.

위성추적 안테나에서 얻은 위성의 위치에 관한 관측 자료는 방위각, 고도각, 시선거리 또는 도플러 효과 값이다.

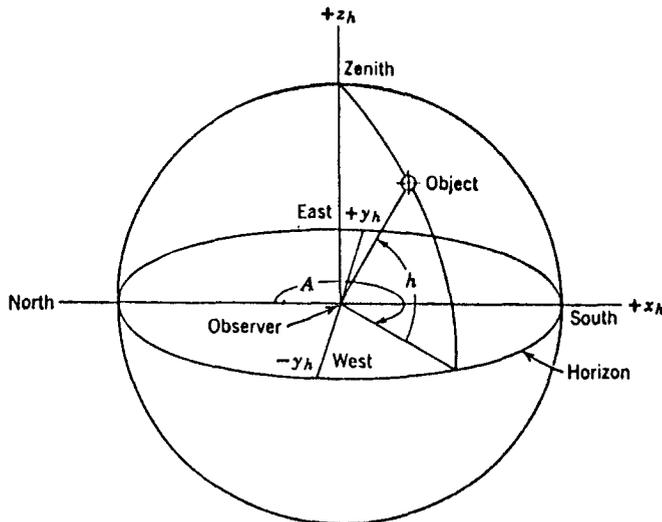


그림 2. 지평 좌표계

3. 좌표 변환(The transformation of coordinate systems)

관측자 중심의 적도 좌표계에서 지평 좌표계로의 변화를 하기 위해서는 위도(ϕ)와 경도(λ)에 관해서 2번 좌표계를 회전시킴으로서 가능하다. 즉,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -\cos EL & \cos A \\ \cos EL & \sin A \\ \sin EL \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin \phi & 0 & -\cos \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \phi & 0 & \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sin \phi \cos \lambda & \sin \phi \sin \lambda & -\cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

역으로 지평 좌표계에서 관측자 중심의 적도 좌표계로의 변환은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \lambda & -\sin \lambda & 0 \\ \sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \phi & 0 & \cos \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \phi & 0 & \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos EL & \cos A \\ \cos EL & \sin A \\ \sin EL \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sin \phi \cos \lambda & -\sin \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ \sin \phi \sin \lambda & \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda \\ -\cos \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos EL & \cos A \\ \cos EL & \sin A \\ \sin EL \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

제 2 절 시간계(The time system)

1. 줄리안 일(Julian Day, J.D.)

현재 우리가 사용하고 있는 그레고리 달력은 컴퓨터 프로그램에서 불편한 점이 많다. 인공위성의 위치를 산출할 때 쓰이는 시간은 줄리안 일이다.

줄리안 일은 기원전 4713년 1월 1일 정오를 기산점으로 하여 산출된다. 이 줄리안 일은 인공위성의 승교점 통과 시각이나 임의의 시각을

표시하는데 유용하게 사용된다.

2. 세계 표준시(Universal time)

인공위성을 관측하는 지점에 따라 관측 시간이 다르게 표시됨으로 불편하다. 그래서 표준되는 시간이 필요하게 된다. 영국의 런던에 있는 그리니치 천문대를 기준으로 하는 표준시간을 세계시(U.T.라 부른다)라고 정하여 기준으로 삼고, 우리나라 지방 표준시는 U.T.에 9시를 더하면 된다.

3. 그리니치 항성시(Greenwich sidereal time)

관성계에서 볼 때 지구는 하루에 한번씩 자전하므로 춘분점은 매일, 매 시간마다 변하게 된다.

0^h U.T.에서의 그리니치 천문대와 춘분점과의 사이의 각을 0^h U.T.의 그리니치 항성시라 부르는데, 매 년 발간되는 "The Astronomical Almanac"으로 부터 알 수 있고, 다음과 같은 식에 의한 컴퓨터 프로그램에 의해서도 구할 수가 있다.

$$\begin{aligned} \theta_{g0}(\text{at } 0^h:00\text{UT}) &= 99.0358 - 0.2387168(I_{yr} - 75) \\ &+ 0.9856473(I_{day} + \text{INT}((I_{yr} - 75)/4)) \text{ (deg)} \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서 I_{yr} 은 1900년부터 원하는 시각까지의 경과한 년의 수, I_{day} 는 그 해의 1월 1일($I_{day}=1$)부터 원하는 날짜까지 경과한 날의 수이다.

임의의 시간에 대한 그리니치 항성시는 다음과 같이 계산된다.

$$\theta_g = \theta_{g0} + t \cdot \dot{\theta} \quad (4)$$

여기에서 t 는 기산점 시각으로부터의 시간 차이이고, $\dot{\theta}$ 는 15.04107 deg/hour이다.

제 3 장 시스템 예산

제 1 절 도플러 효과 및 수신기의 대역폭

수신기의 대역폭(Bandwidth, B)은 Carson의 법칙으로 계산할 수 있다.

$$B = 2(M + W + D) \quad (5)$$

여기에서 M은 변조지수(modulation index)이고, W는 자료 신호의 최대 주파수, D는 도플러 변이(Doppler shift)의 최대치 값이다. 변조 지수와 신호의 최대 주파수는 송신부의 송신신호 방식에 따라 상수값을 가지는데 반해 도플러 변이의 최대치 값은 위성에 따라 다르므로 계산할 필요가 있다.

궤도를 도는 인공위성이 일정한 송신 주파수로 정보를 전송할 때 지상 수신소에서는 주파수의 변화를 감지하게 된다. 이러한 주파수의 변화는 송신기와 수신기의 상대적인 속도에 의해 발생하게 되는데 이러한 현상을 도플러 변이(Doppler shift)라고 한다.

접근하는 전파원은 전송파의 앞단 사이의 공간이 좁혀지게 되는데 이것은 수신 주파수의 증가를 유발 시키는 반면에 멀어져 가는 전파원은 수신 주파수의 감소를 발생 시킨다.

이동하는 송신기의 주파수 변이는 다음의 식으로부터 구할 수 있다.

$$\frac{f_{RX} - f_{TX}}{f_{TX}} = \frac{V_r}{C} \quad (6)$$

여기에서 f_{TX} 는 전송 주파수(Hz)이고, f_{RX} 는 수신된 주파수(Hz), V_r 은 수신기와 송신기 사이의 상대 속도, C는 자유공간에서의 빛의 속도(3×10^8 m/s)이다.

수신기와 송신기의 상대 속도 V_r 은 두개의 부분으로 분류할 수 있는데

하나는 위성의 궤도 속도이고, 다른 하나는 지구의 자전에 의한 수신기의 속도이다.

위성의 궤도 속도는 그 위성의 궤도가 원궤도에 가깝다고 가정하면 쉽게 구할 수 있다. 이 경우 위성의 속도는 다음과 같다.

$$V_s^2 = \frac{GM}{R + h} \quad (7)$$

여기에서 V_s 는 위성의 궤도 속도(m/s)이고, GM 은 중력상수($3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$), R 은 지구의 평균 반경($6371 \times 10^3 \text{ m}$), h 는 지표면에 대한 위성의 고도(m)이다.

도플러 변이는 상대 속도가 최대일 때 가장 많은 값을 갖는데, 이것은 위성이 지평선상에 있을 때이다. 이 경우 상대 속도는 다음과 같다.

$$V_r = \frac{V_s R}{R + h} \quad (8)$$

위의 식들을 이용하여 각 위성의 최대 도플러 변이를 계산할 수가 있다.

$$\begin{aligned} D_{\text{MAX}} = f_{\text{RX}} - f_{\text{TX}} &= \frac{V_r}{C} f_{\text{TX}} \\ &= \frac{\sqrt{\frac{GM}{R + h}} R}{C(R + h)} f_{\text{TX}} \end{aligned} \quad (9)$$

또한 지구의 회전도 관측되는 도플러 변이에 영향을 미친다. 지상의 한 지점에서의 접선 속도는 그 지점의 위도에 의존한다.

$$V_G = \omega R \cos(\phi_G) \quad (10)$$

ω 는 지구의 회전 각속도(rad/s)이고, ϕ_G 는 지상 수신소의 위도이다.

지구의 회전에 의한 도플러 변화는 관측자가 적도면상에 있을 때 가장

큰 영향을 미치며, 비록 그 양에 있어서는 위성의 속도에 의한 도플러 효과보다 작지만 무시할 수 없는 양이다

제 2 절 수신 예산(Down-link Budget)

인공위성에서 송신하는 신호를 수신하기 위해서는 우선 수신 안테나의 출력단에서의 수신 신호세기를 알아야 한다. 이 신호세기로부터 수신 안테나의 이득 및 수신 시스템의 온도, 저잡음 증폭기(Low Noise Amplifier, LNA)의 이득 및 잡음 지수등을 결정할 수가 있다. 이러한 계산과정을 수신 예산이라고 한다.

수신 안테나의 출력단에서의 수신 신호세기는 link equation에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{RX} = EIRP - L_P + G_{RX} \quad (11)$$

여기에서

P_{RX} = 안테나에 수신되는 전력 [dBW]

EIRP = Equivalent Isotropic Radiation Power

L_P = 경로 손실 [dB]

G_{RX} = 수신 안테나 이득 [dBi]

이다.

각 구성성분을 살펴보면 다음과 같다.

위성출력(EIRP)은 송신 안테나의 이득(G_{TX})과 송신기의 출력(P_{TX}), 송신기의 손실(L_{TX})의 합이고 단위는 dBW 이다. 즉 다음식과 같다.

$$EIRP = G_{TX} + P_{TX} - L_{TX} \quad (12)$$

경로손실(L_P)은 진공상태인 우주공간에서의 손실(L_{FS})과 대기중의 반사, 흡수, 산란등에 의한 대기중의 손실(L_A)의 합이다. 우주공간에서의 손실(L_{FS})은 거리와 주파수의 제곱에 비례한다.

$$L = \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right)^2 = \left(\frac{4\pi f R}{2.998 \times 10^8} \right)^2 \quad (\text{ratio}) \quad (13)$$

따라서, 자유 경로손실(L_{FS})을 dB의 단위로 정의하면 다음과 같다.

$$L_{FS} = 32.45 + 20\log R + 20\log f \quad [\text{dB}] \quad (14)$$

여기에서 R 은 위성까지의 거리이고(단위는 Km), f 는 송신 주파수(단위는 MHz)이다. 대기층의 손실(L_A)은 대류권에서의 손실과 이온층에서의 손실로 나눌 수 있는데, 대류권에서의 손실은 위성의 고도각이 0° 일 때 가장 많은 0.7 dB이고, 이온층에서의 손실은 약 0.1 dB의 값을 갖는다. 따라서 대기층의 손실(L_A)은 0.8 dB의 값을 갖게 된다.

결국 위성으로부터 지상 수신 안테나의 앞단까지의 경로손실(L_P)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L_P &= L_{FS} + L_A \\ &= 33.25 + 20\log R + 20\log f \end{aligned} \quad (15)$$

또한 위성 송신부에서 지상의 수신부까지의 경로상에서 낙하(precipitation)에 의한 fading 현상이 발생하게 된다. 따라서 수신 신호세기 P_{RX} 에 fading 현상에 의한 영향을 고려한 주파수의 여분(margin, M)을 두어야 한다.

위에서 살펴 본 모든 요소들을 고려한 수신 안테나의 출력단에서의 수신 신호세기 P_{RX} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{RX} &= EIRP - L_P + G_{RX} - M \\ &= G_{TX} + P_{TX} - L_{TX} - (33.25 + 20\log R + 20\log f) + G_{RX} - M \end{aligned} \quad (16)$$

일반적인 수신기의 carrier-to-noise threshold는 12dB이다. 따라서 수신기에 들어오는 입력 잡음 전력(equivalent input noise power), P_{ENI} 는

$$P_{ENI} = -12\text{dB} + P_{RX} \quad (17)$$

위성의 downlink의 반송파대 잡음 전력비(carrier-to-noise density ratio C/N_0)는 다음과 같다.

$$\frac{C}{N_0} = \frac{P_{RX}}{k T_S B} \quad (18)$$

여기에서 반송파 전력 C 는 P_{RX} 와 같으며, 수신 시스템의 잡음전력 N_0 는 $kT_S B$ 이다. 이 때 k 는 볼츠만 상수(Boltzmann Constant, 1.38×10^{-20} mJ/K)이고, T_S 는 수신기 입력단의 등가 잡음온도, B 는 대역폭이다. 따라서 대역폭 B 를 알 경우,

$$(N_0)_{\text{dB}} = 10 \log(k T_S B) = P_{ENI} \quad (19)$$

$$T_S = 10^{\left(\frac{P_{ENI} - 10 \log(k B)}{10} \right)} \quad (20)$$

윗 식으로부터 system noise temperature T_S 를 구할 수 있다. 대역폭 B 는 앞 절의 계산과정을 통하여 구할 수 있다.

시스템의 잡음 온도 T_S 는 안테나 잡음 온도(T_A), feeder cable 잡음 온도(T_F), preamp 잡음 온도(T_{PR}), 수신기 잡음 온도(T_{RX})로 구성되어 있다.

$$T_S = (a T_A + (1-a) T_F) + T_{PR} + \frac{T_{RX}}{G_{PR}} \quad (21)$$

안테나의 sidelobe가 지구를 바라보므로 안테나의 잡음 온도(T_A)를 300K로 잡을 수 있으며, 이러한 가정하에서 feeder cable의 잡음 온도 T_F 도 안테나 잡음 온도와 같게 놓을 수 있다. 따라서 손실 인수(a)는 알 필요가 없다. Preamp의 이득은 수신기의 잡음 온도(T_{RX})에 비해 매우 크므로 마지막 항은 무시해도 된다. 결국 윗 식으로부터 preamp의 잡음 온도 T_{PR} 를 구할 수 있게 된다.

$$T_{PR} = T_S - T_F \quad (22)$$

이렇게 계산한 preamp의 잡음 온도는 저잡음 증폭기(LNA)의 잡음지수(noise figure)를 결정하는 상한선을 제시해 준다.

$$N_F = 10 \log \left(1 + \frac{T_{PR}}{290} \right) \quad (23)$$

이 절의 분석과정 동안 LNA는 안테나에 가깝게 설치되어 있고, Cable에서의 손실은 없다는 가정을 하였다.

제 3 절 UOSAT-1호의 수신 예산

1. 수신 주파수 대역폭

수신기의 주파수 대역폭을 결정하기 위해서 도플러 변이를 고려하여야 한다. 145.825MHz에서 전파를 송신하는 UOSAT-1호의 최대 도플러 변이는 식 9에 의해 $\pm 3.8\text{KHz}$ 인 것을 알 수 있다(그림 3).

UOSAT-1호의 최대 변조 지수는 4KHz이며, 신호의 최대 주파수는 2.4KHz 이므로 (5)식을 사용하여 다음과 같이 주파수 대역폭을 구하였다.

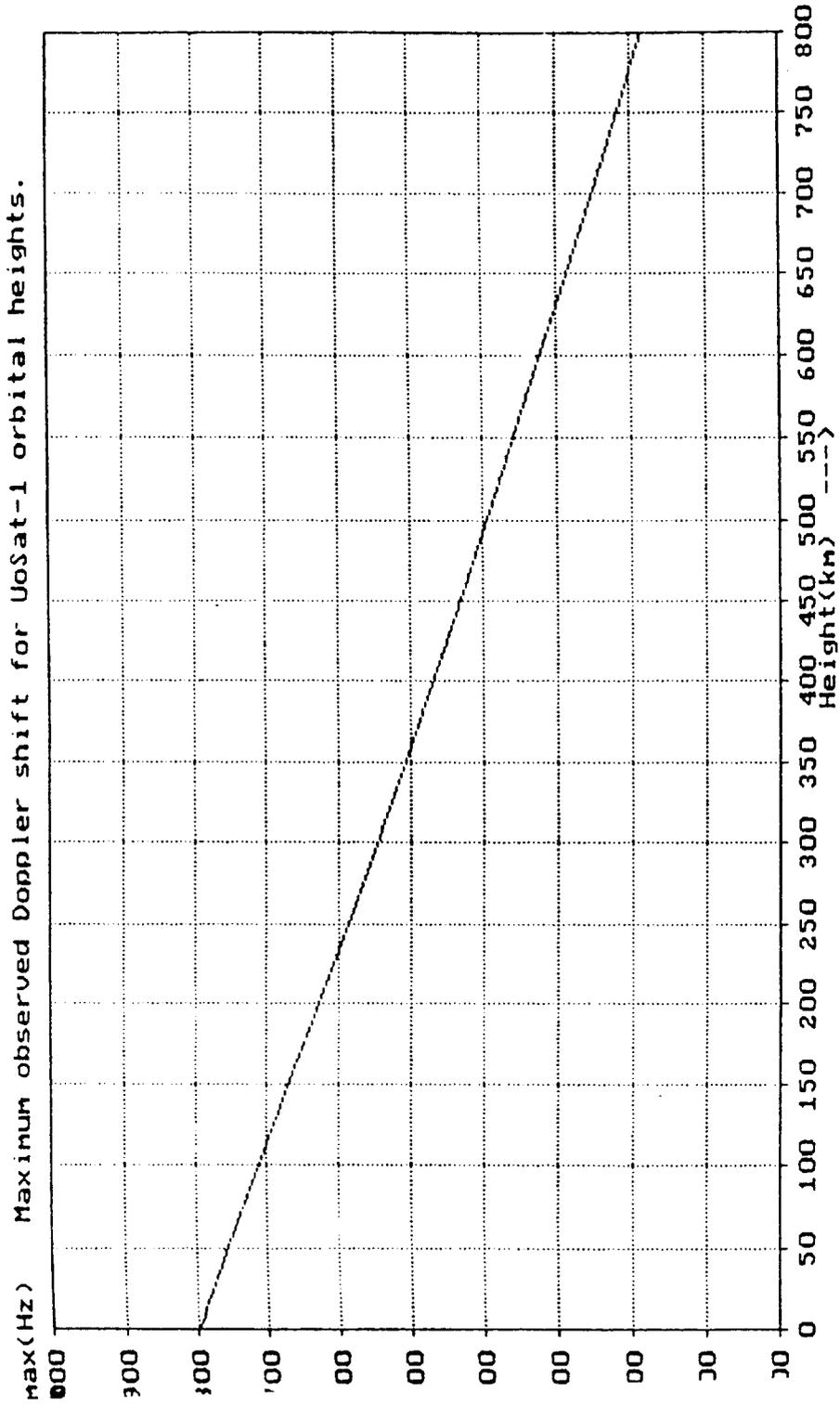


그림 3. UOSAT 1호의 최대 도플러 편이

$$B = 2(M + W + D) = 2(4 + 2.4 + 3.8) = 20.4 \text{ KHz} \quad (24)$$

윗 식으로부터 수신기의 주파수 대역폭은 적어도 20KHz임을 알 수 있다.

2. 수신 예산

UOSAT-1호의 수신예산을 계산함으로써 수신 신호의 세기를 알 수 있을 뿐만 아니라 그 값으로부터 저 잡음 증폭기의 잡음지수, 이득, 안테나 이득의 설정등 지상 수신소를 설계하는데 필요한 자료를 구할 수 있다.

식 16에서 볼 수 있는바와 같이 수신 신호의 세기를 구하기 위한 수신 예산에는 위성출력(EIRP), 경로 손실(L_p), 수신 안테나의 이득(G_{rx}), fade margin(M)이 있다.

UOSAT-1호의 송신부는 145.825MHz의 주파수를 사용하며, 송신기의 출력(P_{tx})은 24.8 dBm, 송신기의 손실(L_{tx})은 1dB, 송신 안테나의 이득(G_{tx})은 0dB 이다. 따라서 12 식에 의해 UOSAT-1호의 위성출력은 23.8dBm이 됨을 알 수 있다.

자유 공간에서의 경로 손실(L_p)은 식(13)에서 볼 수 있는바와 같이 거리와 주파수의 제곱에 비례한다. 경로 손실은 위성이 지평선상에 있을 때 가장 많이 일어나지만 실제로 위성으로부터 자료를 얻기 위해서는 위성의 고도각이 5°일 때부터 수신하게 된다. 따라서 위성의 궤도 높이가 470 Km 이고 위성 고도각이 5°일 경우의 최대 거리는 2,000 Km이다. 실제로 UOSAT-1호의 위성궤도는 지상고가 470 Km 이하가 되지 않으므로 이 계산은 타당하다. 결국 식 (15)를 이용하여 자유 공간상에서의 경로 손실이 142 dB가 됨을 알 수 있다.

수신 안테나의 이득을 12 dBi로 설정하고 fading에 의한 영향을 고려

한 주파수의 여분(M)을 6 dB로 설정하면 수신 안테나의 출력단에서의 수신 신호의 세기는 -112.2 dBm이 된다.

일반적인 수신기의 carrier-to-noise threshold가 12dB임을 고려하면 수신기의 입력단에서의 잡음 전력(P_{ENI})은 -124.2 dBm이 된다(식 17 참조).

식 (22)과 식 (23)을 이용하여 계산하면 잡음지수가 6.7 dB 혹은 잡음 온도가 1080K인 저 잡음 증폭기(LNA)를 사용하면 수신을 할 수 있음을 알 수 있다. 상용화된 일반적인 저 잡음 증폭기(LNA)의 잡음 지수는 1.5 dB이므로 안테나의 이득을 좀 더 적은것으로 하여도 된다. 또한 저 잡음 증폭기는 주파수대 밖에서의 간섭을 제거시키는 입력 필터(filter)를 갖는다. 최저 -100 dBm 정도의 입력 신호를 수신할 수 있는 수신기의 경우 수신 신호 세기를 고려하면 저 잡음 증폭기의 이득은 적어도 13 dB를 가져야 한다.

지금까지 살펴본 것을 토대로 UOSAT-1호의 전파를 수신할 수 있는 시스템의 특성을 정리하면 다음과 같다.

i) 안테나의 이득은 적어도 7 dBi 이상이어야 한다.

ii) 저 잡음 증폭기는 잡음 지수가 1.5 dB, 이득은 20 dB 이어야 하며, 주파수 대역 필터를 갖고 있어야 한다.

iii) 수신기는 carrier-to-noise threshold가 12 dB일 경우 -104.2 dBm의 수신감도를 가져야 하며, 20 KHz의 주파수 대역폭, ± 3.8 KHz의 자동 주파수 조정(Automatic Frequency Control) 범위를 가져야 한다.

수신 예산 계산 과정을 표 1.에 나타내었다.

표 1. UOSAT-1호의 수신 예산 계산

기 호		값	기 호 설 명	관계식	
	P _{TX}	24.8 dBm	송신기 출력		
	G _{TX}	0.0 dB	송신 안테나 이득		
	L _{TX}	1.0 dB	송신 안테나 손실		
	EIRP	23.8 dBm	송신 출력	12	
	L _{FS}	L _{FS}	141.7 dB	자유 공간상의 손실	14
		L _A	0.8 dB	대기권에서의 손실	
	L _F	142.0 dB	경로 손실	15	
	G _{RX}	12.0 dBi	수신 안테나 이득		
	M	6.0 dB	fading margin		
	P _{RX}	-112.2 dBm	수신 신호 세기	16	
P _{ENV}	-124.2 dBm	C/N threshold	17		
	M	M	4.0 KHz	modulation index	
		W	2.4 KHz	signal frequency	
		D	3.8 KHz	도플러 변이 최대값	9
	B	20.4 KHz	주파수 대역폭	5	
T _{PR}	1080.0 K	Preamp의 잡음 온도	22		
N _F	6.7 dB	LNA의 잡음 지수	23		

제 4 장 UOSAT 위성 수신 시스템

UoSat 위성을 자동적으로 추적하기 위해서 수신기를 VHF대의 telemetry beacon에 맞추어야 한다. Telemetry는 1200Hz 와 2400Hz의 변조 주파수로 만들어진 AFSK(Advanced Frequency Shift Keying) 신호이며, narrow band FM을 통해 전송된다. 수신된 신호는 쉽게 걸러져서 원래의 정보로 복구되며, 출력 전압은 자동 주파수 조정부(Automatic Frequency Control, AFC)를 조정하는데 사용된다. 따라서 위성이 지나가는 동안에 발생하는 주파수의 변화에 상관없이 신호를 추적할 수가 있다.

시스템의 흐름도를 그림 4에 나타내었다. VHF대 수신기는 도플러 변이에 따라 변화하는 전압을 얻고, 병렬 접속기(serial interface)에서 비트(bit)단위의 정보로 바뀌어 진다. 이 정보는 일반적인 병렬 포트를 통해 컴퓨터가 인식한다.

제 1 절 수신기

수신기는 기존의 수신기 설계에 약간의 변화를 주어 설계하였는데 이는 개발시간을 줄이는 장점이 있다. 수신기는 Motorola사의 MC3362 narrow band FM 수신기를 기본으로 하고 있다. 수신기는 145.825MHz의 UoSat-1호의 VHF beacon에 맞추었는데 수정진동자를 교체함으로써 쉽게 다른 주파수를 수신할 수 있게 되어있다. 수신기의 회로도는 그림 5 이다.

Motorola사의 MC3362는 이중변환의 narrow band FM수신부를 가지고 있으며 진동자와 이중 조정 혼합기, 4중 인식기를 갖고있다. 또한 S-meter와 신호 감지 출력부도 포함되어 있다. 이것은 최소한의 외부 요소만을 사용

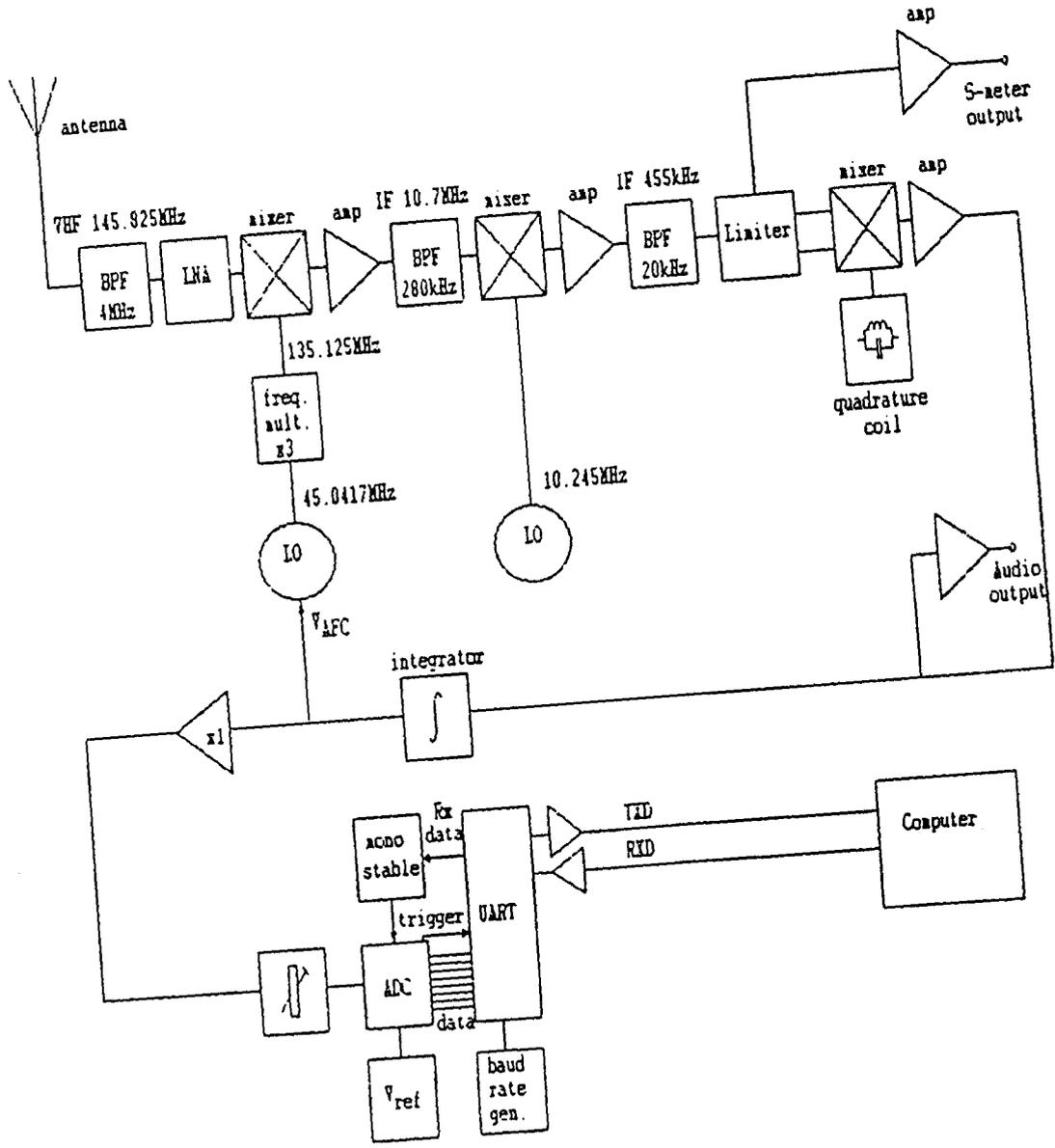


그림 4. 수신 시스템 흐름도

하여 완전한 수신기를 만들수 있음을 알게 해준다.

1. 수신기 회로

50 Ω 의 입력단으로부터 들어온 입력신호는 결합 전환기를 통해 IC1으로 동조된다. 그 후 신호는 외부의 진동자와 혼합되게 된다. 진동 주파수는 45.0420MHz 형식의 수정에 의해 결정된다. 이 진동 주파수는 제2차 동조 전환기를 사용하여 135.125MHz로 세배가 된다.

자동 주파수 조정(AFC)은 varactor를 지나가는 전압을 조정함으로써 제공된다. 최종적인 IF(input frequency)는 0.7MHz가 된다. 이 지점에서 신호는 광대역(280KHz)의 세라믹 필터를 통해 걸러지게 되고 그 후 455KHz의 IF를 만들기 위해 10.245MHz의 수정 진동자와 합쳐지게 된다.

최종신호는 20KHz의 대역통과 필터에 의해 걸러져서 인식 코일을 사용하여 검출하게 된다. 이 출력신호는 입력단에서 많은 신호들을 얻을 수 있다는 가정하에, 입력 carrier 주파수와 같이 변화하는 출력 전압을 제공하기 위해 IC2a에 잠시 머물렀다가 IC2b에 쌓이게 된다.

신호세기 정도는 IC1의 10번 핀으로부터 얻을 수 있다. 이 신호는 S-meter 출력을 만들기 위해 IC3a, b에 잠시 머물렀다가 증폭된다. 음성 출력은 일시적으로 IC4에 쌓이게 된다.

위성이 지나가는동안 0.1초 이상 신호를 잃어버리게 되면 수신기는 그 주파수 대역의 두개의 흐름중 한쪽으로 치우치게 된다. 신호가 다시 잡히게 되면 수신기는 다시 주파수를 고정시킨다.

이러한 신호의 송신은 위성이 경로를 지나가는 동안 주파수를 그림으로 그려봄으로써 쉽게 발견 할 수 있다. 모든 경로는 1번 수행하는데 걸리는 loop time이 일정하기 때문에 짧은 시간동안의 간섭이나 신호의 손실은

아주 작은 영향을 미친다.

변압 과정을 거치지 않은 입력 전압은 14V이며 조정 증폭기를 작동시키고 변압 과정을 거친 7V의 전압선은 진동자와 수신기 칩(chip)에 전원을 보급하는데 사용 된다.

2. 수신기 상에서의 실험

수신기가 제대로 작동하는지의 여부를 확인하기 위해 수신기 상에서 몇 가지의 실험을 행할 수 있다. 그 실험의 결과를 정리하면 다음과 같다.

외부 진동자를 정확한 주파수에 맞추고 가변저항을 최상의 진동자 injection level에 맞추기 위해 세배로 늘린 주파수에 맞춘다.

varactor를 사용하는 3.9KHz의 동조영역은 IC2b상의 0V에서 12V까지의 출력과 대응 된다. 이것은 적어도 14V의 전원 공급이 필요함을 의미한다. 만약 낮은 전원이 공급 된다면 수신기의 상한 영역은 감소하게 된다.

FM으로 변조신호를 수신기에 공급하면 인식기는 깨끗한 출력신호를 내 보내기 위해 맞추어질 것이며 주파수 자동 조정부(AFC)는 중간주파수가 6V의 출력을 갖추도록 맞추어질 것이다.

수신기의 수신감도는 입력 전환기에 동조함으로써 최대화 된다. -103dBm정도의 신호세기까지 인식할 수 있는 출력을 나타내었다. AFC작동 증폭기에 14V가 공급되며 따라서 0V에서 14V까지의 출력이 얻어진다. 이것은 진동자의 3.9KHz AFC 영역에 대응된다. 비록 AFC의 상위 영역에 영향을 미치기는 하지만 공급전원은 어느 정도 줄일 수 있다. 그러나 하위영역의 출력전압은 영향을 받지 않는다. 이것은 수신기가 극단적인 상위영역에서 작동하고 있을 때 수신기의 출력전압은 공급 전압에 매우 민감하게 반응함을 의미한다.

사용된 변조 지수가 변화하게 되면 출력전압도 따라서 변화게된다. 이것은 20KHz의 대역 통과 filter의 대칭성이 불균형을 이루게 됨으로써 발생하게 되는데, 인식 코일을 약간 조정함으로써 최소화 시킬 수 있다. 4KHz 변조의 동작여부에 따라 7mV의 출력이 변화하게 되는데 수신자료를 관찰 하는 것이 필요하다.

온도의 안정성도 측정하였다. 수신기의 온도를 20°C 에서 30°C까지 높인 결과 출력전압이 6.01V에서 5.83V로 변화하였다. 이것은 90Hz의 주파수 오차를 유발시킨다. 반대로 수신기의 온도를 20°C 에서 10°C까지 내릴 경우 출력 전압이 6.01V에서 6.22V로 증가 하였다. 이것은 120Hz의 주파수 오차를 유발시킨다. 이 오차들은 주로 작동온도 범위 (-20°C 에서 70°C까지)에서 $\pm 30\text{ppm}$ 의 특성을 갖는 수정 때문에 발생한다. 또 다른 원인은 core를 사용하는 인식 코일 때문이다. 코일은 종종 air core inductor로 대체되는데 이는 좀더 좋은 온도 안정성을 제공한다. 그러나 진동자는 몇가지 문제점이 있다. 저항체를 피복하는것(동조하기 위해 가변저항들을)은 효과가 없으며 결국 순수한 코일이 사용된다.

온도의 변화는 전체적인 출력 전압에 대한 주파수의 반응 형태에는 영향을 미치지 않는다. 이것은 회로의 온도가 변화한다 하더라도 보정을 할 필요가 없음을 알려준다. 급속한 온도의 변화를 막기 위해 수신기를 금속 case에 장치하고 전원을 공급한 후, 수 분 동안 작동시키는 것이 필요하다.

마지막으로 매 100Hz의 간격으로 전체 주파수 영역에 대한 출력전압을 측정하였다. 이 자료는 어떠한 출력전압에 대한 주파수를 결정하는데 사용할 수 있을 것이다(그림 6).

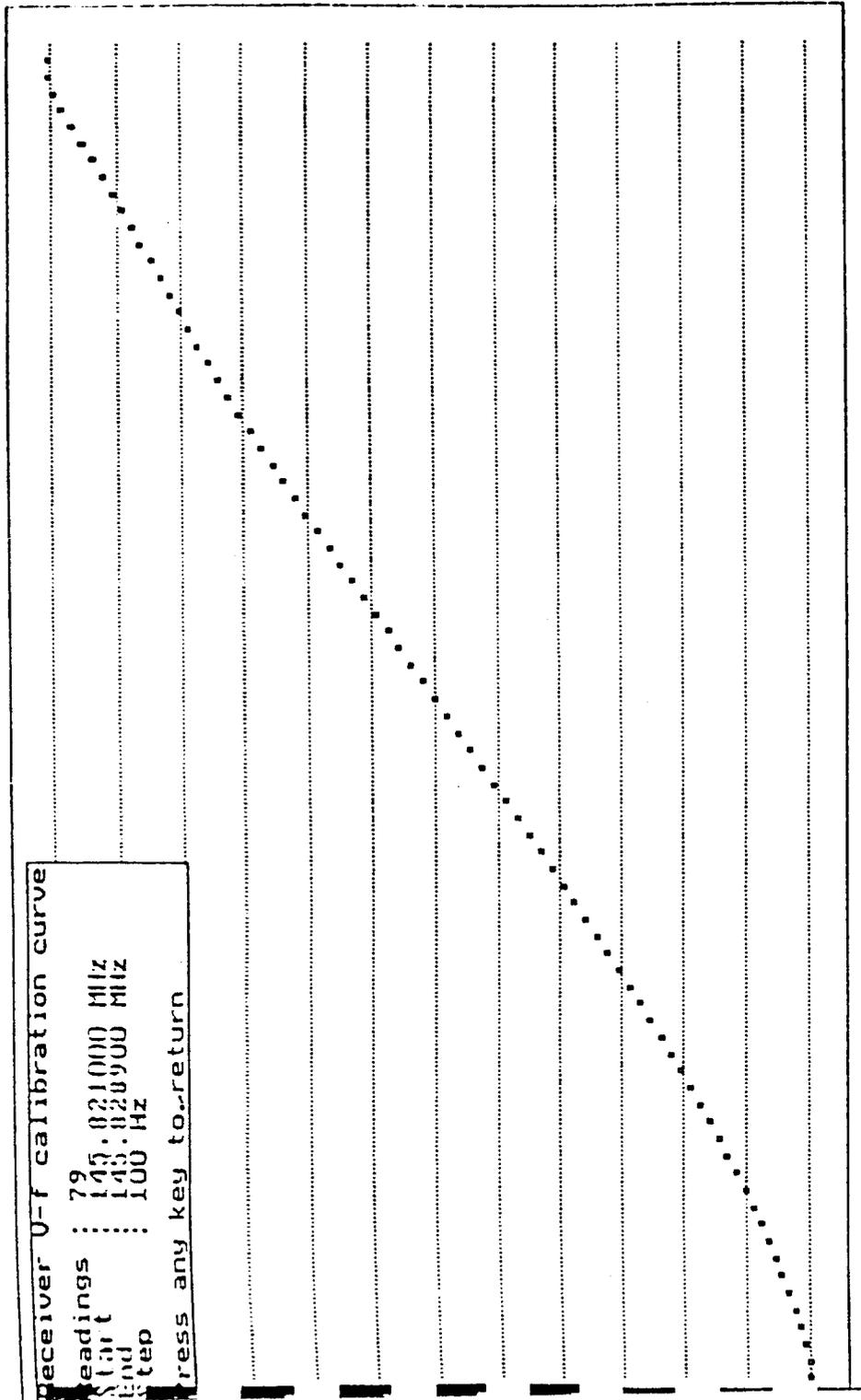


그림 6. 수신기의 전압대 주파수 곡선

이렇게 구성된 수신기의 정확도는 60Hz 또는 출력전압상에서 10mV를 갖는다.

제 2 절 병렬 접속기

병렬 접속기는 아날로그 전압을 컴퓨터에 보내기 적합한 디지털 형식의 자료로 바꾸는 일을 수행한다. 대부분의 컴퓨터는 TTL신호와 RS232C신호를 사용할 수 있는 규격화된 병렬 접속기를 갖고 있으므로 아날로그 전압을 병렬 자료형식으로 변형시켜 사용하는 것은 설계측면에서 특별한 컴퓨터에 의존하지 않는다는 이점을 갖는다. 설계한 접속기는 TTL전송 신호를 사용하며 다양한 baud rate를 사용할 수 있고, 대부분의 병렬형식을 지원한다.

접속기를 통한 자료의 흐름을 컴퓨터가 조절 할 수 있어야 한다. 접속기에 데이터를 보내면 ADC(analogue to digital converter)가 작동하는데 이것은 아날로그 입력 전압을 디지털 형식 8-bit 단위로 변환 시켜준다. 사용하기 쉽고 구하기 용이한 Ferranti사의 ZN448을 사용하였다. 또한 이 부품은 짧은 변환 시간(10 μ s)를 갖고 있으므로 입력 전압이 10 μ s 동안 least-significant bit 의 절반동안 안정 하기만 하면 된다. 이것은 sample-hold 회로가 필요치 않음을 말한다. 변환이 완료 되면 byte는 UART(universal asynchronous receiver/transmitter)로 전송된다. UART는 Western Digital사의 6402C를 사용하였다. 이 공업규격 반도체는 분리된 수신부와 송신부로 구성되어있다. 전송부는 직렬자료를 받아 parity와 시작 비트(start bit), 정지 비트(stop bit)를 더한 후 병렬 NRZ 형식으로 출력 된다. 반대로 수신부는 병렬 형식을 받아 그에 따른 직렬 자료를 출력 한

다. 또한 parity, frame 그리고 overrun오차 및 핀들의 동작여부를 검사한다. 전송부와 송신부의 병렬자료 송수신율은 외부의 clock generator에 의해 결정되며, 자료형식, 몇개의 스위치로 결정할 수 있다. 병렬자료는 규격 RC232C 케이블을 통해 정해진 baud rate로 제공되며, baud rate와 병렬형식이 표 2에 있다. 이것들은 DIP스위치를 사용하여 설정할 수 있다.

표 2. Baud rate 및 자료 형식

Baud rate (bits/s)	Formats
9600	even/odd/no parity
4800	1/2 stop bits
2400	RTS,CTS/no hand shaking
600	
300	
150	

전압이 도플러 변이와 선형적으로 변화한다면 8-bit ADC를 사용하므로 도플러 변이 측정의 분해도는 $\pm 15\text{Hz}$ 이하가 된다.

위성이 머리위를 바로 지나가는 경로상에서 기대되는 도플러 변이의 최대치는 약 $\pm 3500\text{Hz}$ 이므로 충분한 자료가 모아지면 이상적인 선형곡선을 얻을 수 있다. 만약 12-bit ADC를 사용한다면 분해능은 $\pm 1\text{Hz}$ 정도를 만들 수 있지만 접속기가 복잡해지고 가격이 매우 비싸진다.

1. 회로 설명

병렬 접속기의 회로도도 그림 7이다.

규격 RC232C의 전압은 논리 0에 대해 +3V에서 +20V의 값을 가지며 논리 1에는 -3V에서 -20V사이의 값을 가진다. 컴퓨터의 병렬 포트의 장점은 0V와 +5V의 기본TTL신호를 인식할 수 있다는 것이며 따라서 이것들이 접속기 안에서 사용된다. TR4는 수신된 신호 전압을 TTL로 변환시키는 입력

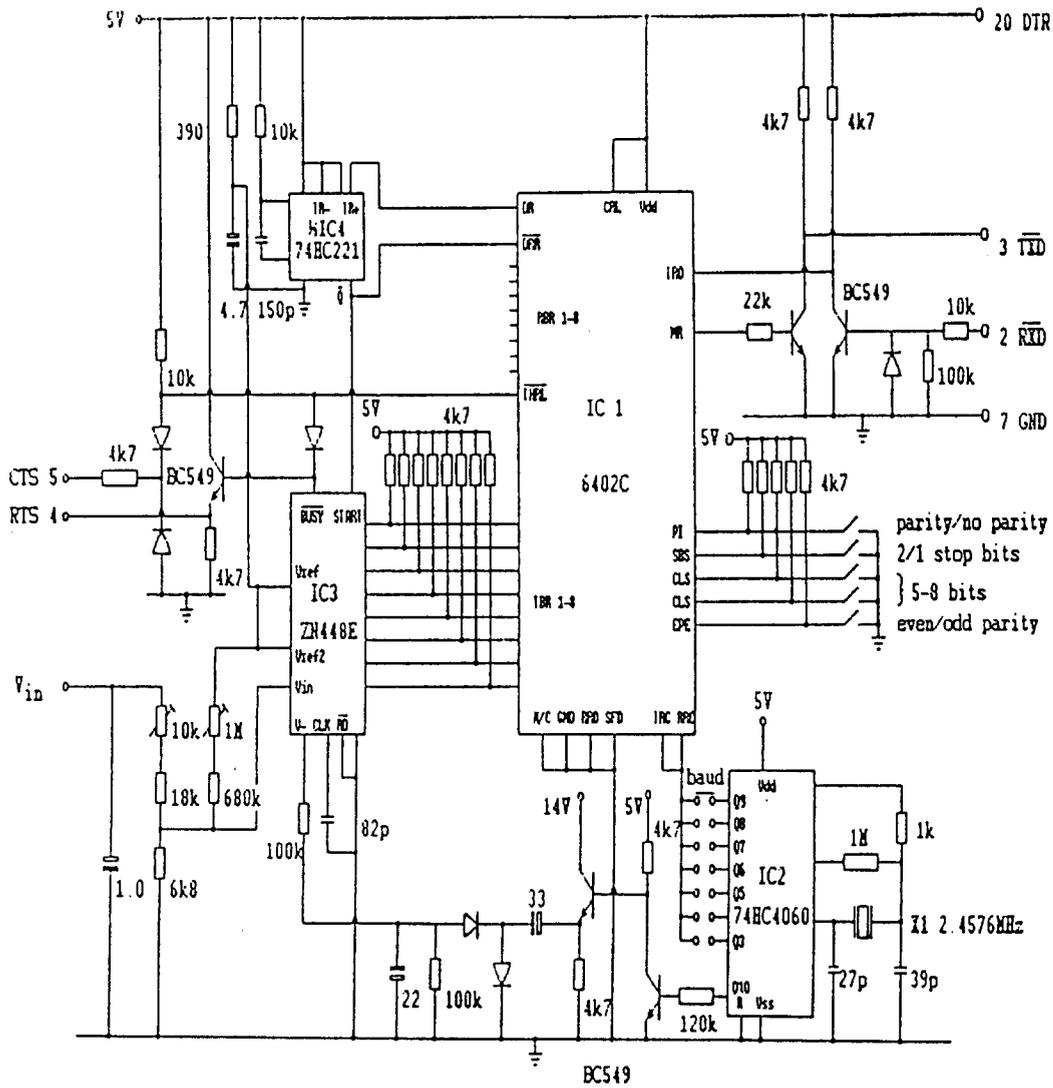


그림 7. 병렬 접속기 회로도

buffer로 사용된다. 전송되는 신호는 line driver의 역할을 하는 TR3에 잠시 쌓이게 된다. 수신된 자료는 IC1상의 자료처리 준비 핀(DR)을 1로 만든다. 이것은 1.5 μ s후에 수신부를 재 준비시키는 mono-stable을 작동시킨다.

이 mono-stable은 ADC변환을 시작하며 결국 BUSY선을 0으로 만든다. 이것은 RTS(request to send)신호를 초기화하며 IC1상의 THRL핀을 0으로 가게 한다. 변환이 완료되면 BUSY는 다시 1이 된다.

CTS(clean to send)신호를 받으면 그 즉시 THRL은 1로 되는데 이것은 ADC출력단에서의 자료를 전송 buffer에 올린 후 전송한다. 몇몇 RS232C 케이블은 RTS와 CTS를 함께 연결하거나 또는 연결하지 않은채로 둔다. 이 경우에도 회로는 작동한다. 병렬 bit시계는 IC2에 의해 구동된다. 이것은 수정자 시계로부터 몇개의 주파수의 16배이므로 시계는 수신된 자료들을 구별하고 내부 시계는 작은 상태를 유지한다. IC2의 출력중의 하나는 IC3에 공급하기 위해 저 전류 -5V를 유도하는데 사용된다. 수신된 자료는 여덟개의 RBR핀에 나타나는데 이 회로에서 사용되지 않지만 그밖의 기능들을 조정하는데 쉽게 사용할 수 있다. 자료들은 multiflexed ADC를 조정하는 예로 사용될 수 있으므로 몇 가지 전압이 측정된다(예 수신 신호 전압) 자료들은 8 bits보다 큰 분해도를 갖는 ADC들을 조정하는데도 사용할 수 있다. 반대로 DAC는 ADC의 영역을 이동시키는데도 사용될 수 있으므로 작은 영역에서도 큰 분해도를 얻을 수 있다.

ADC의 입력 영역은 입력 분리부를 사용하여 조정할 수 있고 따라서 0V와 12V사이의 전압이 측정된다. 이것은 14V에서 작동하는 수신부의 출력 영역이다. 접속기는 9V와 15V사이의 전압이면 작동을 하지만 수신부와 같은 14V를 사용하는 것이 편리하다.

앞에 기술한 병렬 접속기를 제작하고 IBM PC를 사용하여 성공적으로 실험하였다. 실험 소프트웨어는 PASCAL언어를 사용하였다. ADC 입력 전압의 모든 영역을 측정할 수 있는 potentiometer를 사용하였다. protocol은 no parity, one stop bit, no RTS/CTS handshaking으로 설정하였으며 3 m짜리 케이블을 사용하였고 그림 8처럼 접속하였다. 프로그램은 병렬 포트를 초기화하는 것부터 시작한다. 프로그램은 곧 아날로그를 디지털로 변환을 시작하기 위해 byte를 병렬 포트에 보내진다. 수신을 위해 한 byte를 기다린 후 화면에 그 값을 표시해 준다.

모든 baud rate가 별 문제없이 입력 전압을 측정할 수 있음을 알았으며, 접속기는 9600 baud에서 작동하도록 설정 하였다.

병렬 접속기의 온도 안정성은 온도가 ADC 칩(chip) 자체에 의해서만 결정되므로 매우 우수하였다.

제 3 절 대역 통과 필터

대역 통과 필터는 주파수 대역 외부에서의 간섭을 제거하기 위해 개발하였다. 필터는 helical 형식을 취하며, 필터 작업을 하는 두개의 동조 회로상에 위치해 있다. 각 동조회로는 감은 코일과 가변 저항들로 구성되어 있다. 코일들은 피복된 상자에 평행하게 위치하며 사이막이 그들 사이에 위치한다. 사이막의 규격은 동조를 결정하며, 필터의 matching 특성을 결정한다. 개발한 필터는 4MHz의 대역폭을 갖고, 40dB의 반환 손실과 2.5 dB의 삽입 손실을 갖는다. 이것은 네트워크 분석장치(network analyser)로 검사 할 수 있다.

제 5 장 Doppler 추적 System

인공위성의 궤도정보를 구하기 위해서 인공위성의 순간적인 시각(t)에서의 관측지점으로 부터의 위치, 방위각, 앙각, 거리와 거리 변화율을 파악하여 인공위성의 궤도 운동에 관한 운동 방정식을 구하게 된다,

인공위성의 궤도정보 획득을 위한 관측방법은 광학적(光學的) 추적방식과 전파의 파장을 이용한 추적방식이 있다.

광학적 추적방식으로는 천체 관측용 망원경과 camera에 의한 Schmidt 방식, Baker-Nunn방식, Hewitt방식, GEODDS System 그리고 LASER에 의한 추적 관측 방식이 이용되고 있다.

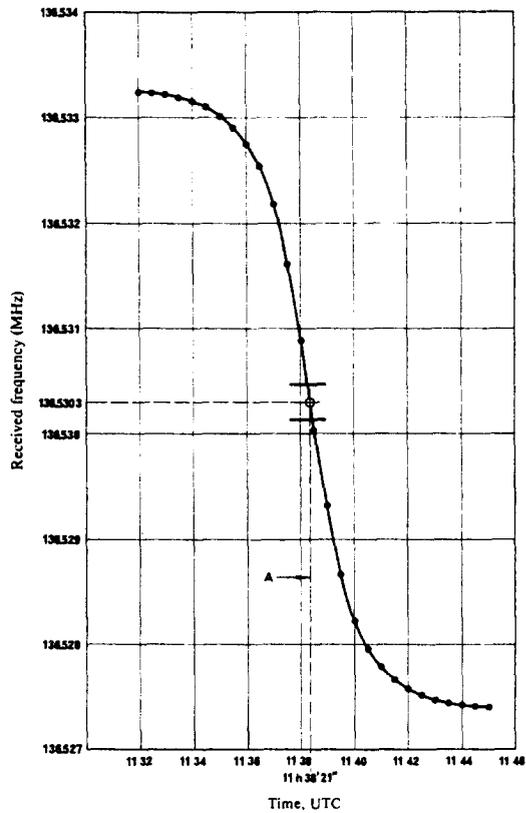
그리고 파장에 의한 추적 및 관측방식으로는 Interferometer, Side Tone Ranging 방식 그리고 Doppler 추적과 RADAR 추적 방식이 이용된다.

제 1 절. Doppler Tracking 원리

인공위성과 위성 추적 관측 지점간의 상대 속도가 있을 경우에 상대적인 속도 변화에 따라 Doppler 효과에 의해 ($\Delta V_r/C$) 인공위성에서 송신하는 Beacon 전파의 주파수 (f_t)가 관측지점에서 수신할 경우, 주파수(f_r)가 변화되는 현상을 감지할 수 있다.

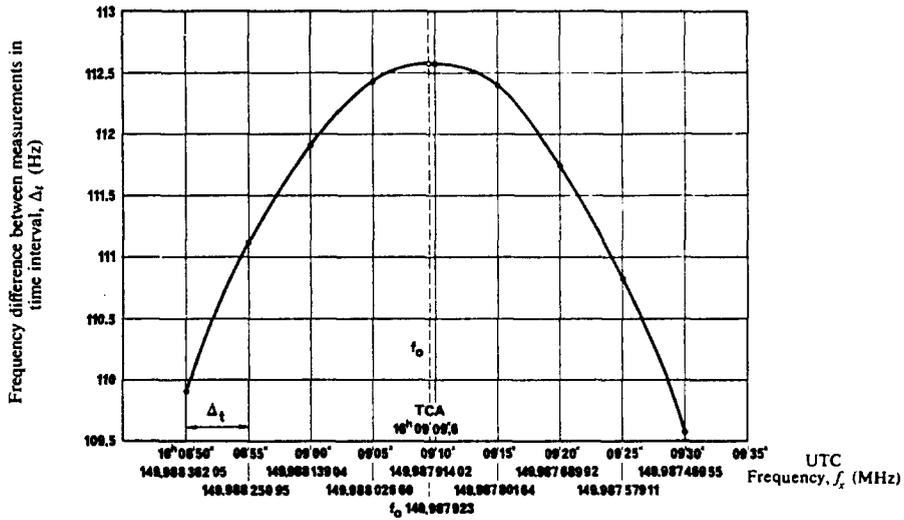
지구 주위를 선회하는 인공위성의 송신 주파수는 인공위성이 관측 지점에 접근하는 경우에는 송신기의 반송파 주파수 보다 높게 관측되며, 관측지점에서 멀어질 때에는 반송파 주파수 보다 낮게 관측되며, 관측지점과의 상대속도가 0이 되는 가장 근접된 시간(TCA : Time of Closest Approach)에는 Doppler 효과의 변화율이 가장 크게 된다. 위성의 궤도에

따른 정확한 시간과 주파수 측정에 의해 TCA를 산출하여 원거리에 위치한 3개 이상의 관측소에서 관측한 TCA 자료를 이용하여 인공위성의 상대 운동 속도와 운동방정식을 구할 수가 있다.



A: Time of closest approach

그림 8. Doppler 효과에 의한 근접시간과 수신주파수의 변화



Δt : time difference between measured values f_0 : evaluated transmitter source frequency
TCA : time of closest approach

그림 9. 시간에 대한 Doppler 주파수 곡선의 미분

제 2 절 Doppler 추적 시스템의 구성

인공위성에서 송신된 Beacon 전파를 수신하여 Doppler 주파수와 Doppler 변화율 (Shift) 그리고 관측 지점에서의 근접시간 (TCA)를 측정하기 위해서는 Beacon 전파의 수신을 위한 Antenna, 저잡음 증폭기 (LNA), 추적수신기, 주파수 측정장치, Data기록 장치와 표준시각 발생장치 등의 기본적인 시스템이 필요하다.

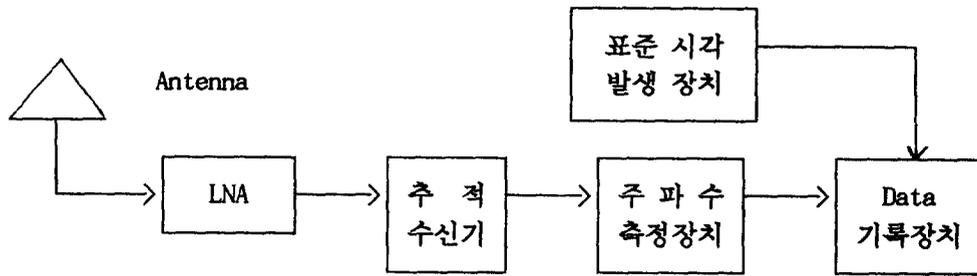


그림 10. Doppler 추적수신 측정시스템의 기본구성

궤도 인공위성의 Doppler 관측을 위한 수신 주파수대 선정은 궤도 위성의 TT&C 주파수대를 선정하여야 하므로, 표 3.에서 볼 수 있는 것과 같이 IFRB에서 정의된 할당 주파수대인 TT&C 용 주파수를 선정 이용할 수 있다.

V H F	136 - 138 MHz 149.9 - 150.5 MHz
U H F	399.9 - 402 MHz 460 - 407 MHz
S H F	1.5 - 1.7 GHz 2.1 - 2.3 GHz

표 3. TT&C 용 주파수

저고도 인공위성의 전파를 수신하기 위한 Antenna로는 전방향성 (Omni - Directional)의 원편파(RHCP 및 LHCP)를 수신할 수 있는 Log - Spiral

antenna 를 사용한다.

Low Noise Amplifier (LNA) 는 수신 주파수대에서 관측 하고자 하는 인공위성의 송신 출력(EIRP)에 의해 결정되어지므로, 수신 대역에서 잡음 온도 (noise figure) 특성이 양호하고 수신 이득이 높은 증폭기를 이용하여 추적 수신기에 최저 소요 입력이 되도록 선정하여야 한다.

KITSAT -1 호 의 경우

송신주파수	: 435 MHz
송신기 출력	: 5W (37dBm)
Antenna 이득	: 0 dBi
EIRP	: 37dBm
위성의 고도	: 1,300Km

의 조건에서 KITSAT - 1호의 Doppler 추적을 위한 추적 가능 범위를 약 각 5° (coverage)라고 가정 할 경우 인공위성과 관측지점간의 전파통로 (path)의 최대 거리는 5000Km가 되므로 추적 수신기의 수신입력 전력(Pr) 은 다음 식과 같이 계산할 수 있다.

$$Pr = EIRP + G_{RX} - FSL - Margine$$

$$EIRP = \text{송신출력} + \text{송신 Antenna 이득} - \text{송신급전선손실}$$

$$= 37\text{dBm} + 0 \text{ dBi} - 0 \text{ dB (dBm)}$$

$$\text{자유 공간상 전송 손실 } FSL = 20 \log \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right) = 160 \text{ dB} \quad (25)$$

$$d = \text{최대 전송구간} \quad (5000\text{Km})$$

$$\lambda = \text{사용 주파수의 파장} (0.73\text{m})$$

Fade Margin : 6 dB

수신 Antenna 이득 : 3 dBi

수신기 입력 Level : -13dBi

한편 Doppler 효과를 측정하기 위한 beacon 전파의 추적 수신기의 수신 한계 Level (threshold)인 Carrier - to - Noise Level이 12 dB 정도 되므로 수신기의 등가 입력 잡음전력 (Pn)은 -142 dBm이 된다.

이 전력잡음을 이용한 수신 시스템의 잡음온도(T_s)는 이 잡음전력을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$10 \log(T_s) = P(N) - 10 \log(KB) \quad (26)$$

여기에서 K 는 Boltzman's 상수 (1.38×10^{-23} J/K) B 는 시스템의 수신 대역폭 (HZ)이다.

시스템 잡음 온도는 Antenna, 급전 Cable 손실, LNA 그리고 수신기의 내부잡음에 의해서 다음과 같이 결정된다.

$$T_s = [aT_A + (1-a)T_F] + T_{PR} + \frac{T_{RX}}{G_{LNA}} \quad (27)$$

여기에서 antenna의 지향특성이 전방향으므로 안테나의 잡음온도는 대지에 의한 방사잡음 온도인 300K °로 가정한다.

Antenna의 잡음온도는 급전 cable의 손실에 의한 잡음전력 (T_F)과 같다고 볼 수 있다.

LAN의 증폭기 이득 G_{LNA} 는 수신기의 잡음 온도보다도 매우 크기 때문에 수신기의 내부잡음 온도 T_R 은 무시할 수가 있다. 따라서 수신 시스템의 잡

음 온도는 LNA의 잡음지수(Noise Figure)로 결정되어 진다.

$$NF = 10 \log \left(1 + \frac{T_{RX}}{290} \right) \quad (28)$$

따라서 LAN 잡음지수(NF)는 6.7dB(1080 * K)가 되면 충분하다.

그러나 일반적으로 LNA의 잡음지수가 보통 1.5dB 정도가 되므로 antenna의 이득은 비교적 적어도 된다.

그리고 LNA의 입력단에는 수신 대역 외의 불요 전파의 유입에 따른 혼신 등의 영향을 배제하기 위해서 대역통과 Filter(Band Pass Filter)를 삽입하여 이용한다.

따라서 수신기의 입력 Level은 -104 dBm 정도면 충분하고 LNA의 증폭기 이득은 25dB 정도가 필요하다.

따라서 Doppler 추적을 위한 V/UHF 대의 추적 수신기의 입력단에는 antenna의 이득은 최저 7 dBi, LNA의 대역통과 Filter 포함 이득은 20 dB 이고 NF는 1.5 dB, 수신기의 감도는 -104 dBm, (20 KHz 대역폭과 AFC 범위는 ±3.8 KHz)의 기술적인 특성이 필요하다.

일반적으로 궤도위성에서 지속적으로 송신하는 beacon파(CW)를 관측하는 것이 가장 효율적인 관측 결과를 얻을 수 있으나 beacon파의 수신이 되지 않을 경우에는 Telemetry 신호를 수신하기 위해서 Telemetry 변조(AFSK) 신호인 TWO - TONE (200Hz/2400Hz) 신호를 수신하여 이용해야 하므로 Narrow Band FM으로 수신하여 Tone을 Filter로 제거시켜 반송파를 손쉽게 이용할 수가 있다. 이 반송파를 추적 수신기의 AFC 회로를 이용하여 수신 주파수를 측정하거나, 관측하고자하는 인공위성의 Beacon 주파수를 알고 있는 경우에는 X-Tal에 의한 수신기 국부 발진기의 주파수를 고정시키

고, 수신주파수와 Doppler 주파수 변화에 대한 Beat 주파수를 발생시켜 Beat 주파수를 측정하는 방법이 이용된다.

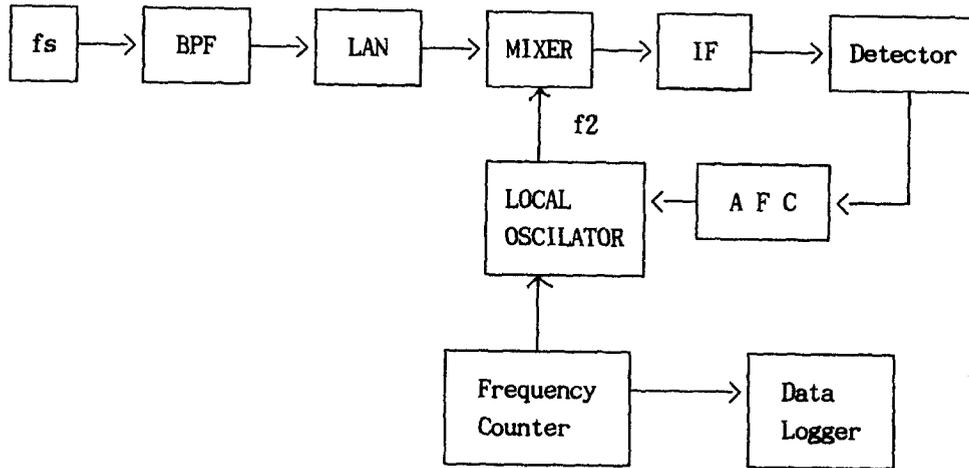


그림 11. Doppler 추적 수신 시스템의 예

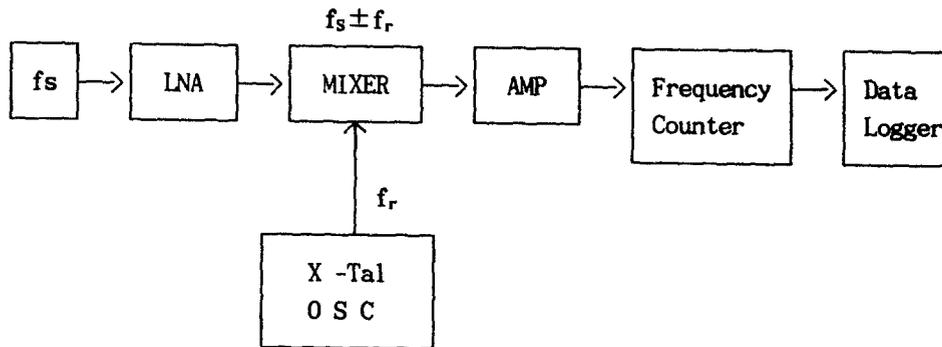


그림 12. Beat 법에 의한 Doppler 추적수신의 예

그리고 Doppler 추적 수신기와 주파수 측정기의 주파수 확보 유지와 표준시각 발생기의 오차를 줄이기 위해서는 GPS 수신기에 의한 표준주파수 (5, 10MHz)와 표준 시각 신호를 이용하여 10^9 이상의 확보를 얻을 수가 있

다.

제 3 절. Doppler 신호처리.

Doppler 신호의 추적 수신기에 의한 측정과 기록은 Analog에 의한 X - Y Plotter 또는 Oscilloscope에 의한 Time -Frequency의 2-Dimensional Recording이 이용되지만 Computer Base Digital 처리를 위해서 IBM - PC가 많이 이용된다.

따라서 Doppler 주파수는 Digital Interface에 의해 Doppler Frequency와 Clock Generator Data를 동시에 IBM - PC등으로 data를 저장하고, 그 저장 data를 처리하여 Doppler Shift를 구한다.

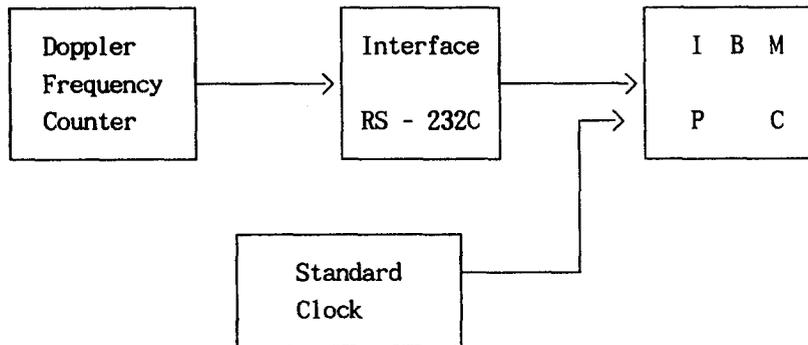


그림 13. Doppler Data의 저장과 Clock 이용

또한 Doppler Shift의 변화율 검출을 위해서는 측정 Data의 변화율의 직선성(linearity)이 양호해야 하는데 측정에 따른 신호의 혼신, fading 또는 미약 신호의 경우 측정오차가 발생하는 측정결과가 Doppler 편이율의

Curve 도출 이용에 신뢰도가 낮을 확률이 많으므로 관측 Data를 재 처리하기 위한 Software적인 Filtering과 Smoothing을 하여야만 Doppler Curve 변화율의 수치 해석을 양호하게 도출할 수가 있다.

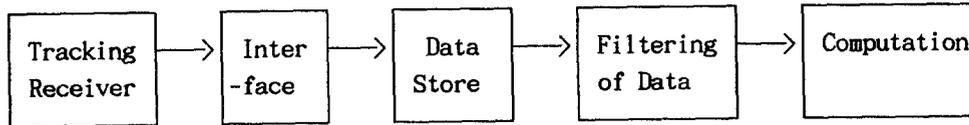


그림 14. Doppler Shift 측정 Data의 처리 과정

Doppler Frequency data를 Smoothing 하기 위한 방법은 discrete Fourier Transform (DFT) 또는 Fast Fourier Transform(FFT)하는 방법이 이용된다. 그리고 Optimum Recursive Predictor로는 Scalar Kalman Filter를 이용하여 Interpolation과 Lagrange Formula 에 의해서 양호한 Curve를 만들어 인공위성의 궤도 운동방정식과 상대속도를 구할수 있다.

제 6 장 위성의 좌표

제 1 절 위성의 궤도 (Satellite orbit)

지구 주위를 돌고있는 위성은 타원을 그리며 돌고 있다. 임의의 시각 위치벡터 $(X, Y, Z)_t$ 와 속도벡터 $(V_x, V_y, V_z)_t$ 를 알면 위성의 궤도를 결정할 수 있다. 위치 벡터와 속도벡터의 6개의 변수는 시간에 따라 수시로 변하는 양이므로 위성의 궤도를 결정할 때는 시간에 따라 변하지 않는 양인 불변량이 필요하다.

일반 물리학에서 나오는 불변량은 에너지 적분 선형운동량 보존, 각운동량 보존, 질량중심 보존 등 이지만, 위성 궤도에서는 케플러의 6개 궤도 요소가 많이 쓰인다.

먼저 2개의 케플러의 궤도요소는 위성궤도의 모양을 결정하게 된다.

- 1) 궤도 장반경 a 는 타원궤도의 장축의 반을 의미하고,
- 2) 궤도 이심률 e 는 타원의 모양을 결정하는데, e 가 0일 때는 원이고, e 가 1에 가까울 수록 길쭉한 타원이 된다.

나머지 4개의 궤도요소는 적도 좌표계에서 위성 궤도면의 위치 상태를 표시하는데, 위성이 적도면에서 북반구로 올라올 때를 승교점이라고 부르고, 위성이 적도면 남반구로 내려갈 때를 강교점이라고 부른다.

- 3) 궤도의 이심률 i 는 위성궤도면과 적도면과의 사이각이고,
- 4) 승교점 적경 Ω 는 춘분점에서 승교점까지의 적경이고,
- 5) 근지점인수 u 는 궤도면을 따라 승교점에서 근지점까지의 각이고,

6) 승교점 통과시각 T 는 위성이 승교점을 통과하는 시각인데 U.T.로 표시한다.

이상적인 경우로서 지구가 질점이라고 가정할 때, 위성의 궤도는 타원이 되고 케플러의 6개 궤도요소는 상수값을 가진다. 그러나 실제 위성 궤도에서는 섭동력을 받기 때문에 위성의 궤도가 타원에서 벗어나게 지구주위를 돌고 있다.

위성에 미치는 중요한 섭동력은 다음과 같다.

- 1) 대기 저항.
- 2) 태양과 달의 섭동력.
- 3) 지구 중력장의 비 균질성.
- 4) 지구의 편평율.
- 5) 미세한 운석과 먼지와의 충돌.

저 고도 위성은 대기 저항이 주된 섭동력이고, 근지점에서 대기 저항을 많이 받게되어, 궤도의 공전속도와 원지점 고도가 감소하게 되고, 이심률도 감소하게 된다.

위성에 미치는 섭동력을 케플러의 궤도 요소별로 정리하면 다음과 같다.

	영년변화		주기변화	
	large	small	moderate	small
지구의 편평률(J_2, J_3)	Ω, ω		e	i, Ω, ω
대기저항	a, e	i		Ω, ω
태양, 달의 섭동				a, e, i, Ω, ω

제 2 절 Doppler Shift Curve

이미 궤도를 알고 있는 위성에 대한 최대 도플러 효과값을 계산하여 보자.

먼저 위성의 궤도는 원궤도라고 가정하고 지구도 구라고 보자. 시선거리는 ρ 이고, 지구 중심에서 볼 때 위성 지상국과 위성과의 사이각을 β 라 하고, 위성의 고도각은 h 이고 지구 반경은 R_0 , 위성의 궤도 반경은 r 이라고 하면,

$$\begin{aligned} \tan h &= \frac{r \cos \beta - R_0}{r \sin \beta} \\ \cos \beta &= \frac{R_0 \cos^2 h}{r} + \sin h \left(1 - \left(\frac{R_0 \cosh}{r} \right)^2 \right)^{1/2} \\ \rho &= (r^2 - R_0^2 \cos^2 \beta)^{1/2} - R_0 \sin \beta \\ \rho &= (r^2 + R_0^2 - 2R_0 r \cos \beta)^{1/2} \end{aligned} \quad (29)$$

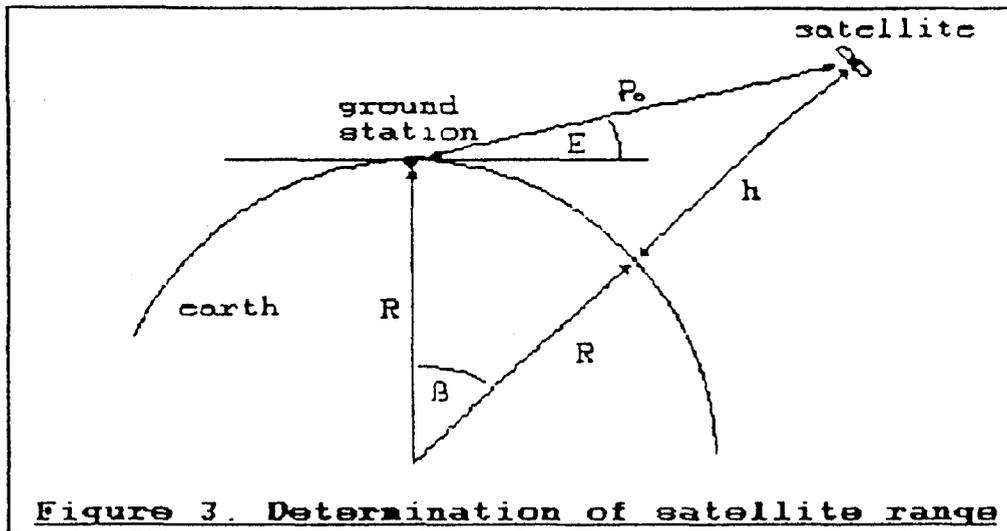


그림 15. 위성과 지상국과의 관계

고도각 $h = 0$ 인 경우, 위성 지상국에서 본 위성의 시선 속도 V_r 은

$$V_r = V_o \cos\beta \quad (30)$$

여기서 V_o 는 위성의 공전 속도 이다.

위성이 지평선에 있을 때(EL) 최대 도플러 편이가 일어난다. 즉,

$$f_o - f_{rx} = \frac{f_{rx} R_o (GM_o)^{1/2}}{C r^{3/2}} \quad (31)$$

여기서 f_{rx} 는 위성이 지상으로 보내주는 고유의 주파수이고, C 는 빛의 속도, G 는 중력 상수, M_o 은 지구의 질량이다.

이번에 발사 성공한 우리별 1호의 송신 주파수는 $f_{rx} = 435.0$ MHz 이므로, 최대 도플러 편이는 ± 11.5 KHz이다.

제 3 절 위성의 위치 결정 (Determination of Satellite Position)

위성이 타원을 그리면서 지구 주위를 돌고 있다고 가정하자.

평균 근점 이각(M)은 기산점(t_0)에서 시간적으로 균일하게 움직이는 각이고, 공전 주기를 P 라고 하면, 임의의 시각(t)에서 M 은

$$M = \frac{2\pi}{P} (t-t_0) = M_0 + nt \quad (32)$$

여기서 $\frac{2\pi}{P} = n$ 은 평균 각속도라 부른다.

이심 근점 이각(E)은 타원의 장축에 수직으로 연장된 선분이 보조 원과 만나는 점에서 타원의 중심과 장축과의 사이각을 말한다. 이 각은 매개 변수로서 주로 사용한다.

케플러의 방정식은 다음과 같다.

$$M = E - e \sin E \quad (33)$$

여기서 e 는 궤도의 이심율이다. M 은 시간의 함수로서 우리가 쉽게 알 수 있는 양이며, 이 방정식을 Newton-Raphson 방법으로 수치적으로 풀면 E 가 구해진다.

궤도 평면 내의 X 축과 Y 축은 다음의 방정식을 사용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_0 &= a \cos E - ae \\ y_0 &= a(1 - e^2)^{1/2} \sin E \end{aligned} \quad (33)$$

그리고 진 근점 이각(ν)은

$$\tan\left(\frac{\nu}{2}\right) = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} \tan\left(\frac{E}{2}\right) \quad (34)$$

로부터 얻어진다.

적도 좌표계 내에 \vec{r} 의 값은

$$\vec{r} = x_0 \vec{P} + y_0 \vec{Q} \quad (35)$$

여기서 \vec{P} 는 근지점 방향의 단위 벡터이고, \vec{Q} 는 \vec{P} 에서 궤도면을 따라 90° 되는 단위 벡터이다.

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i \\ \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i \\ \sin \omega \sin i \end{pmatrix} \\ \vec{Q} &= \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i \\ -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i \\ \cos \omega \sin i \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (36)$$

방위각과 고도각을 구하기 위해 관측자 중심 기준계(\vec{L})를 생각하여 보자.

시선거리 벡터 $\vec{\rho}$ 는

$$\vec{\rho} = \rho \vec{L} = \vec{r} + \vec{R} \quad (37)$$

이며, 지상국에서 본 위성의 직각 좌표는

$$\begin{aligned} \rho L_x &= \rho_x \sin(\phi) \cos(HA) + \rho_y \sin(\phi) \cos(HA) - \rho_z \cos(\phi) \\ \rho L_y &= -\rho_x \sin(HA) + \rho_y \cos(HA) \\ \rho L_z &= \rho_x \cos(\phi) \cos(HA) + \rho_y \cos(\phi) \sin(HA) + \rho_z \sin(\phi) \end{aligned} \quad (38)$$

이고, 여기서 ρ_x , ρ_y , ρ_z 는 시선거리에 대한 x , y , z 의 성분이고, ϕ 는 지상국의 위도이고, HA 는 위성 지상국의 시간각을 나타낸다.

위성 지상국에서 본 위성의 방위각 AZ 와 고도각 EL 은

$$\begin{aligned} \tan(AZ) &= \frac{-L_x}{L_y} \quad (0^\circ \leq AZ \leq 360^\circ) \\ \sin(EL) &= \frac{L_z}{|\vec{L}|} \quad (-90^\circ \leq EL \leq 90^\circ) \end{aligned} \quad (39)$$

에서 구해진다.

예상되는 도플러 편이는 관측이 예상되는 시간동안 위성 출몰 상태를 보고 계산된다. 고도각이 높게 통과하는 경우는 도플러 편이가 음의 큰 값에서 양의 큰 값으로 변하게 되고, 고도각이 낮게 작은 원을 그리며 지평선을 통과하는 경우는 도플러 편이가 작은 값을 가지게 된다.

제 4 절 위성의 출몰 시각의 결정

(Determination of rise and set for a satellite)

위성의 출몰 시각을 결정하여 보자. 먼저 위성에 대한 6개의 궤도 요소를 알고, 위성 지상국의 위치도 알고 있다고 하고, 관측자 중심의 적도 좌표계를 사용하자.

위성 지상국에 대한 좌표는

$$\begin{aligned} Z_X &= \cos(HA) \cos(\phi) \\ Z_Y &= \sin(HA) \cos(\phi) \\ Z_Z &= \sin(\phi) \end{aligned} \quad (40)$$

여기에서 HA는 시간각이고, ϕ 는 측지 위도이다.

$\vec{\rho}$ 가 위성 지상국에서 위성까지의 시선 거리 벡터이므로,

$$\frac{\vec{\rho} \cdot \vec{Z}}{|\rho|} = \sin(EL) \quad (41)$$

이고, $\vec{\rho} = \vec{r} + \vec{R}$ 이므로, 위의 식에 대입하면,

$$(\vec{r} + \vec{R}) \cdot \vec{Z} = \rho \sin(EL) \quad (42)$$

여기에서

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -G_1 \cos(HA) \cos(\phi) \\ -G_1 \sin(HA) \cos(\phi) \\ -G_2 \sin(\phi) \end{pmatrix}$$

$$G_1 = \frac{a_{\oplus}}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi}}$$

$$G_2 = \frac{(1-f)^2 a_{\oplus}}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi}}$$

a_{\oplus} = 지구의 적도 반경

f = Bessel 타원체의 편평율

이다. 윗 식을 다시 정리하면,

$$\begin{aligned} \rho \sin(EL) &= (x - G_1 \cos(HA) \cos \phi) \cos(HA) \cos \phi \\ &+ (y - G_1 \sin(HA) \cos \phi) \sin(HA) \cos \phi \\ &+ (z - G_2 \sin \phi) \sin \phi \end{aligned} \quad (43)$$

위성이 지평선에 있다면 고도각 EL은 0° 이므로

$$x \cos(HA) \cos \phi + y \sin(HA) \cos \phi + z \sin \phi = G \quad (44)$$

여기에서 $G = G_1 \cos^2 \phi + G_2 \sin^2 \phi$ 이고

또 $\vec{r} = x_0 \vec{P} + y_0 \vec{Q}$ 이므로

$$\vec{P} \cdot \vec{Z} x_0 + \vec{Q} \cdot \vec{Z} y_0 = G \quad (45)$$

여기에서

$$x_0 = a \cos E - ae$$

$$y_0 = a(1 - e^2)^{1/2} \sin E$$

이다.

윗 식을 정리하면

$$F \equiv a(\cos E - e) \vec{P} \cdot \vec{Z} + (a\sqrt{1 - e^2} \sin E) \vec{Q} \cdot \vec{Z} - G = 0 \quad (46)$$

인데, 이 식을 풀면 위성의 출몰 시각을 산출할 수 있다.

제 7 장 궤도 계산 방법 및 소프트웨어

제 1 절 미분 보정법

인공 위성이 지구 주위를 회전하고 있을 때 인공위성은 지구의 비대칭 중력장, 지구의 자기장, 태양과 달의 인력과 같은 섭동을 받아 궤도가 지속적으로 변화한다. 따라서 매 순간 순간 마다의 궤도(접용궤도) 요소는 다른 값을 가지며, 이러한 접용궤도로부터 평균 궤도를 구해 낼 수 있다.

따라서 매 순간 순간의 접용궤도를 구하기 위해, 인공위성의 추적을 통해 얻어진 관측자료를 가지고 관측된 시각에 해당되는 가장 정확한 궤도 요소를 결정하는 근사궤도를 계산해 낼 수 있는 방법이 필요한데 그중 한 방법이 미분 보정법이다.

이 방법을 간략히 기술하면 다음과 같다.

목적하는 위성의 관측치 O_0 와 예비 궤도 결정법에 의해 결정된 1차 근사궤도로부터 그 관측시각의 계산치 O_c 를 구하여 $O_0 - O_c$ 인 residual을 계산한다. 1차 근사궤도가 정확하다면 residual은 영이 되겠지만 일반적으로 이 값은 영이 아니다. 그 이유는 앞에서도 언급했듯이 인공위성은 기본적인 2체 문제에서 가지는 궤도로부터 섭동에 의해 순간 순간 변화를 받는 궤도를 따라 운동하기 때문이다. 결국 미분 보정법의 목적은 관측치와 계산치와의 residual인 Δ_i 를 유용하게 이용하여 관측치를 사용한 궤도 추정을 정밀하게 수행하는 것이다.

인공위성의 운동을 기술하는 6개의 궤도요소 ($x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$)를 보정하기 위해서는 다음과 같은 관계식으로부터 유도된 6개의 방정식 형식을 가져야 한다.

$$\rho_i(t) = \rho_i[\vec{r}_0, \vec{r}_0, R_i, t] \quad (47)$$

윗 식은 시각 t 일때 관측점 i 에서 관측한 시선거리의 크기는 기준시각 t_0 에서의 위성 상태 벡터 (\vec{r}_0, \vec{r}_0) 와 관측점의 위치 벡터 \vec{R}_i 의 함수임을 나타낸다. 이 관계식을 미분하므로써 일차 미분 보정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} d\rho_i(t) = & \frac{\partial \rho_i}{\partial x_0} \Delta dx_0 + \frac{\partial \rho_i}{\partial y_0} \Delta dy_0 + \dots + \frac{\partial \rho_i}{\partial z_0} \Delta dz_0 \\ & + \frac{\partial \rho_i}{\partial X_i} \delta X_i + \frac{\partial \rho_i}{\partial Y_i} \delta Y_i + \frac{\partial \rho_i}{\partial Z_i} \delta Z_i \end{aligned} \quad (48)$$

여기에서 $i = 1, \dots, I$; $t = 1, \dots, N$; $\rho_i = \rho_i(t)$ 이다.

관측소의 위치 좌표 오차($\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i$)를 무시하고, 한곳의 관측소에서 얻은 관측치를 갖고 미분 보정을 한다면, $i=1, N=6$ 이 된다. 그 이유는 6개의 변수를 모르기 때문에 6개의 방정식만 알면 되기 때문이다.

관측치와 계산치와의 차이 $\Delta \rho$ 는 알고 있는 값이며, 6x6 행렬의 역행렬은 계산할 수 있으므로 궤도요소의 변화치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta q_n = \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_{11}}{\partial x_0} & \frac{\partial \rho_{11}}{\partial y_0} & \dots & \dots & \frac{\partial \rho_{11}}{\partial z_0} \\ \frac{\partial \rho_{21}}{\partial x_0} & \frac{\partial \rho_{21}}{\partial y_0} & \dots & \dots & \frac{\partial \rho_{21}}{\partial z_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \rho_{61}}{\partial x_0} & \frac{\partial \rho_{61}}{\partial y_0} & \dots & \dots & \frac{\partial \rho_{61}}{\partial z_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \rho_{11} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \rho_{61} \end{pmatrix} \quad (49)$$

이 때 $q = [x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0]$ 이다.

따라서 Δq_n 이 어느 한계내로 수렴할 때까지 다음과 같은 과정을 반복하면 원하는 정확도로 위성의 궤도 요소를 구할 수 있다.

$$q_{n+1} = q_n + \Delta q_n, \quad n = 1, 2, \dots$$

이러한 방법을 Newton iteration 방법이라 한다.

관측된 자료들을 이용하여 미분 보정을 하는 자료 처리 방법 중에 고려해야 할 두 가지 사항을 살펴보자.

관측자료를 종류에 상관없이 M 이라고 하면, ΔM 은 관측치에서 계산치를 뺀 값이다. 즉 $\Delta M = M_o - M_c$ 이다. 그러나 이 관계식은 관측치에 관측 오차가 없다는 이상적인 가정하에서만 성립하며, 실제로는 관측 잡음과 같은 오차가 발생하므로 관측된 값 M_{on} 은 관측 실제값과 관측 오차값의 합, $M_{on} = M_{ot} + \delta M_o$ 이 된다. 따라서

$$\Delta M = M_{on} - \delta M_o - M_c \equiv \Delta M_n - \delta M_o \quad (50)$$

$\Delta \rho_i$ 를 위와 같이 생각하면 평균 잡음 관측치에서 계산된 거리를 Δ residual로 인식해야 한다.

위성의 상태 벡터 $q(r, \vec{r})$ 의 예측 covariance인 \hat{q} 를 꼭 고려해야 한다. 이 covariance는 $cov(\hat{q}) = E(\delta q \delta q^T)$ 로 정의되며, 이 때

$\delta q = q - \hat{q}$ 이고, E 는 예상값 operator 이다.

1. Redundant System

앞 절에서 살펴 본 미분 보정 방법은 한곳의 관측소에서 관측된 6개의 한정된 관측자료를 이용한 방법이었다. 그러나 관측자료가 6개보다 클 경우, 즉 $N > 6$ 일 경우, 위성의 6개 궤도요소를 구하려면 N 개의 방정식으로

이루어지는 redundant system으로 해결해야 하는데, 이것은 다음과 같은 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \rho_{11}}{\partial x_0} & \frac{\partial \rho_{11}}{\partial y_0} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \rho_{11}}{\partial z_0} \\ \frac{\partial \rho_{21}}{\partial x_0} & \frac{\partial \rho_{21}}{\partial y_0} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \rho_{21}}{\partial z_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \rho_{N1}}{\partial x_0} & \frac{\partial \rho_{N1}}{\partial y_0} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \rho_{N1}}{\partial z_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \\ \Delta \dot{y}_0 \\ \Delta \dot{z}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \rho_{11} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \rho_{N1} \end{pmatrix} \quad (51)$$

$$M_{sv} \Delta q \equiv \Delta \rho$$

만약 관측값에 오차가 없다면 미분 보정법에 의한 해와 같은 Δq 를 얻게 될 것이다. 그러나, 관측 오차와 제거항 때문에 Δq 는 다른 값을 갖는다. Gauss는 이러한 오차가 포함된 inconsistency를 보정하기 위해 다음과 같이 β 를 가정하였다.

$$M_{sv} \Delta q = \Delta \rho + \beta$$

그리고 $J \equiv \sum \beta_j^2$ 이 최소가 되는 Δq 를 해로 구하는 방법을 제시하였다. 이 방법을 최소 자승법(least square estimation)이라 한다.

residual의 실행 함수인 J 를 아래 식과 같이 정의하면,

$$J = \sum_1^N \beta_j^2 = \beta^T \beta = J(\Delta \hat{q}) \quad (52)$$

$$J = (\Delta \rho - M_{sv} \Delta q)^T (\Delta \rho - M_{sv} \Delta q)$$

가 되며, J값이 최소가 되려면 dJ가 영이 되어야 한다.

dJ의 값을 계산하기 위해 윗식을 미분하면,

$$\begin{aligned} dJ &= d(\Delta \rho - M_{sv} \Delta q)^T (\Delta \rho - M_{sv} \Delta q) \\ &+ (\Delta \rho - M_{sv} \Delta q)^T d(\Delta \rho - M_{sv} \Delta q) \end{aligned} \quad (53)$$

가 되고, J는 Δq 의 함수이므로 $d\Delta \rho$ 는 영이 되어

$$\begin{aligned} dJ &= (-M_{sv} d\Delta q)^T (\Delta \rho - M_{sv} \Delta q) + (\Delta \rho - M_{sv} \Delta q)^T d(-M_{sv} \Delta q) \\ &= 2(M_{sv}^T M_{sv} \Delta q - M_{sv}^T \Delta \rho) \Delta q = 0 \end{aligned}$$

이므로

$$\Delta q = [M_{sv}^T M_{sv}]^{-1} M_{sv}^T \Delta \rho \quad (54)$$

과 같은 최종적인 식을 얻을 수 있다.

위성 추적을 수행하는 관측소가 1개 이상인 경우를 고려해 보자. 이 경우 각 관측소에서 관측한 $\Delta \rho$ 행렬과 M_{sv} 행렬이 결정될 것이고, 각 관측소를 i 로 표시하면 $[\Delta \rho]_i$ 와 $[M_{sv}]_i$ 를 얻게 된다.

이와 같은 행렬들을 식(51)과 같은 방식으로 정리하면 다음과 같은 행렬 형식을 만들것이다.

$$\begin{bmatrix} [M_{sv}]_1 \\ [M_{sv}]_2 \\ \vdots \\ [M_{sv}]_N \end{bmatrix} \Delta q = \begin{bmatrix} [\Delta \rho]_1 \\ [\Delta \rho]_2 \\ \vdots \\ [\Delta \rho]_N \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$\overline{M_{sv}} \Delta q = \overline{\Delta \rho}$$

앞절에서 살펴본 관측값들의 오차에 대해서 고려해 보자. 식(50)에서 알 수 있듯이 관측값에는 관측오차가 포함되어져 있다. 이러한 관측값들의 covariance와 수신 시스템의 불안정도를 자료처리에 사용하면 더욱 정확한 추정값을 얻을 수 있게 된다.

관측 자료를 M 이라고 하고, (50)식을 (51)식에 대입하면,

$$M_{sv} \Delta q = \Delta M + \nu \quad (56)$$

로 표시할 수 있다. 이 때 $\nu = -\delta M_0$ 이다.

관측에서의 기대 오차를 통계적 operator인 E를 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$E(\delta M_0 \delta M_0^T) = E \begin{bmatrix} \delta M_1^2 & \delta M_1 \delta M_2 & \dots & \dots & \delta M_1 \delta M_n \\ & \delta M_2^2 & \dots & \dots & \vdots \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \delta M_n^2 \end{bmatrix} \quad (57)$$

여기에서 N은 관측값의 총 갯수이다.

관측 오차값의 자승의 합을 평균하고, 관측값의 갯수 N이 크다고 하면,

$$\delta Q^2 \equiv \frac{\sum (\delta Q_i)^2}{N} \quad (58)$$

$$E(\delta M_o \delta M_o^T) = \begin{pmatrix} \sigma M_o^2 & & & \text{cross} \\ & \sigma M_o^2 & & \text{term} \\ & & \ddots & \\ \text{cross} & & & \\ \text{term} & & & \sigma M_o^2 \end{pmatrix} = \Lambda M_o$$

으로 정의할 수 있다. 결국 우리가 알지 못하는 개개 관측 오차를 관측값의 covariance인 ΛM_o 의 행렬로 대체할 수 있다. 이 행렬은 $N \times N$ 행렬이며, 이 때 N은 관측값의 총 갯수이다.

결국,

$$\Lambda_{\nu\nu}^T = E(\nu \nu^T) = E(\delta M_o \delta M_o^T) \quad (59)$$

로 표시할 수 있다.

2. 최소 변화 추정법

식(59)에서 얻은 시스템의 불안정성 covariance를 갖고 일반화된 추정 문제의 해를 구하는 방법을 알아보자.

일반적으로 $\Lambda_{\nu\nu}^T$ 행렬이 대칭형 행렬이 아닐 경우, 최소 자승법을 사용할 수가 없다. 따라서 covariance를 대신할 수 있는 행렬을 찾아야 하는데, 여기에서는 관측점들 사이에 연관성을 갖고있지 않는 잡음항을 고려한다. 임의의 비 특이성 행렬을 [V]라고 하면,

$$[V] [M_{sv}] \Delta q = [V] \Delta M_N + [V] \nu = [V] \Delta M_N + \nu \quad (59)$$

가 되고 V 는 ν 와 decorrelate 되는 조건 ($E(\nu \nu^T) = I$)을 갖는다.
 이러한 조건에서 윗 식은 정상적인 최소 자승법으로 다룰 수 있게 된다.
 즉,

$$\Delta \hat{q} = [[M_{sv}][V^T][V][M_{sv}]]^{-1} [M_{sv}]^T[V]^T[V] \Delta M_N \quad (60)$$

$[V]^T[V]$ 의 값은 관측값의 covariance인 $A_{\nu\nu}^T$ 를 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

$$E(\nu \nu^T) = E([V]\nu \nu^T[V]^T) = [V]E(\nu \nu^T)[V]^T \equiv I \quad (61)$$

또는

$$[V]A_{\nu\nu}^T[V]^T = I \quad (62)$$

윗 식에 $[V]$ 행렬의 Transpose 행렬인 $[V]^T$ 를 앞뒤로 곱하면

$$[V]^T[V]A_{\nu\nu}^T[V]^T[V] = [V]^T[V] \quad (63)$$

$$[V]^T[V] = A_{\nu\nu}^{-1T}$$

과 같이 되어 최종적으로 다음 식을 얻는다.

$$\Delta \hat{q} = \{ [M_{sv}]^T [A_{\nu\nu}^T]^{-1} [M_{sv}] \}^{-1} [M_{sv}]^T [A_{\nu\nu}^T]^{-1} \Delta M_N \quad (64)$$

이것이 $\Delta \hat{q}$ 를 추정하는 최소 변화 추정법의 해가 된다.

이 때 $\Delta \hat{q}$ 의 covariance를 구하기 위해 오차항이 포함된 (56)식을 푸는 방법에 대하여 생각해 보자. 최소 변화 추정법의 해를 구하는 공식을 (56)식에 대입하면

$$\Delta q = \{ [M_{sv}]^T [A_{\nu\nu}^T]^{-1} [M_{sv}] \}^{-1} \{ [M_{sv}]^T [A_{\nu\nu}^T]^{-1} \} (\Delta M_N + \nu) \quad (65)$$

가 되고 따라서 $\Delta q - \Delta \hat{q}$ 을 하면 실제값을 얻을 수 있게 된다.

$$\Delta q - \Delta \hat{q} = \{ [M_{sv}]^T [A_{vv}]^{-1} [M_{sv}] \}^{-1} [M_{sv}]^T [A_{vv}]^{-1} \nu \quad (66)$$

결국

$$A \Delta \hat{q} = E([\Delta q - \Delta \hat{q}][\Delta q - \Delta \hat{q}]^T) = \{ [M_{sv}]^T [A_{vv}]^{-1} [M_{sv}] \}^{-1} \nu \nu^T \quad (67)$$

이 $\Delta \hat{q}$ 의 covariance가 된다.

한 관측값에 대한 미분 보정 방정식의 해 ($\Delta \hat{q}$) 를 알게 되면, 다음 관측값에 대한 해를 구할 수 있다. 해를 알고 있는 이전의 관측값의 $\Delta \hat{q}$ 를 $\Delta \hat{q}_n$ 라고 하면, 새로운 관측값의 Δq 는 다음과 같은 연관식을 갖는다.

$$\begin{aligned} \Delta q - \Delta \hat{q}_n &= w \\ [M_{sv}] \Delta q - \Delta M_n &= \nu \end{aligned} \quad (68)$$

여기에서 w 는 이전 관측값의 불안정도 값이다.

이 방정식의 해는 다음과 같은 최종적인 추정 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} A \hat{q} &= [A \hat{q}_n^{-1} + [M_{sv}]^T [A_{vv}]^{-1} [M_{sv}]]^{-1} \nu \\ \hat{q}_{n+1} &= \hat{q}_n + A \hat{q} [A \hat{q}_n^{-1} (\hat{q}_n - q_n) + [M_{sv}]^T [A_{vv}]^{-1} \Delta M_n] \end{aligned} \quad (69)$$

여기에서

$$A q_n = \begin{pmatrix} \sigma_{x_0}^2 & & & \text{cross} \\ & \sigma_{y_0}^2 & & \text{term} \\ & & \dots & \\ \text{cross} & & & \\ \text{term} & & & \sigma_{z_0}^2 \end{pmatrix} \quad (70)$$

이다.

식(69)와 같은 Newton 방법의 식들은 정상적인 weight를 주는 최소 자승 방법으로 진행된다.

이 방법은 직교 변환을 이용하며, $\Lambda \hat{q}^{-1}$ 을 계산하는 대신 제곱근에 관련된 행렬을 구하여 해를 구하기 때문에 제곱근 방법(square root method)라고 부른다.

제 2 절 소프트웨어

1. 위성 고도의 해석 (Height analysis)

위성으로부터 오는 전파는 도플러 효과를 일으키는데, 이렇게 시간에 따라 변화하는 전파의 도플러 편이로 부터 간단하게 위성의 고도를 해석하여 보자.

먼저 위성은 원궤도로 지구 주위를 돌고 있다고 가정하고, 위성에 미치는 모든 섭동력은 없다고 하자. 또한 위성이 지나는 동안 지구 자전의 효과는 없다고 하자.

위성과 지구의 중심, 추적 관측소간의 벡터식은

$$\vec{\rho} = \vec{r} + \vec{R} \quad (71)$$

이고, 임의의 시각 t 에 대한 위성의 시선거리는

$$\begin{aligned} \rho &= \left\{ \left[(R+h) \cos\left(2\pi \frac{t-t_0}{T}\right) - R \cos \beta \right]^2 + \left[(R+h) \sin\left(2\pi \frac{t-t_0}{T}\right) \right]^2 + (R \sin \beta)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ (R+h)^2 - 2R(R+h) \cos \beta \cos\left(2\pi \frac{t-t_0}{T}\right) + R^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \left\{ 2R(R+h) \left[1 - \cos \beta \cos\left(2\pi \frac{t-t_0}{T}\right) \right] + h^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\dots\dots\dots(72)$$

로부터 구할 수 있다.

여기에서 R 은 지구의 평균 반경, h 는 위성의 고도, β 는 위성이 최대 고도각에 도달했을 때 궤도면과 추적 관측소의 연직선과의 사이각($\beta = f(EI_{\max})$), t_0 는 최대 고도각에 도달 하였을 때의 시각, T 는 위성의 공전주 기이다.

위성과 관측소간의 상대속도인 시선속도 (V_r)을 구하기 위해, 윗 식을 시간에 대해 미분하면,

$$V_r = \frac{R(R+h) \cos \beta \sin\left(2\pi \frac{t-t_0}{T}\right) \frac{2\pi}{T}}{\left\{2R(R+h) \left[1 - \cos \beta \cos\left(2\pi \frac{t-t_0}{T}\right)\right] + h^2\right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (73)$$

이고, 도플러 편이는 다음과 같다.

$$\frac{D}{f_{TX}} = -\frac{V_r}{C} \quad (74)$$

$$D = \frac{-2f_{TX} R(R+h) \cos \beta \sin\left(2\pi \frac{t-t_0}{T}\right)}{CT \left\{2R(R+h) \left[1 - \cos \beta \cos\left(2\pi \frac{t-t_0}{T}\right)\right] + h^2\right\}^{\frac{1}{2}}}$$

1차 근사로서 β , T , h 를 가정하면, 윗 식으로 부터 D 를 구할 수 있고, 실제 관측된 D_{obs} 과의 차에 대한 자승의 합이 최소가 되게 정하면, 최소 자승식이 된다.

$$\text{즉, } \sum (D_{obs} - D)^2 = \text{최소값}$$

이다. β , T , h 를 변화시켜 주어 윗 식이 최소값이 되는 β 와 T 와 h 가 구하는 값이다.

좀 더 정확한 값을 구하기 위해서는 미분 보정 방법을 사용한다.

$(D_{\text{obs}} - D)_i = \Delta D_i$ 라고 하면,

$$\begin{pmatrix} \Delta D_1 \\ \Delta D_2 \\ \vdots \\ \Delta D_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial D_1}{\partial \beta} & \frac{\partial D_1}{\partial T} & \frac{\partial D_1}{\partial h} \\ \frac{\partial D_2}{\partial \beta} & \frac{\partial D_2}{\partial T} & \frac{\partial D_2}{\partial h} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial D_n}{\partial \beta} & \frac{\partial D_n}{\partial T} & \frac{\partial D_n}{\partial h} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \beta \\ \Delta T \\ \Delta h \end{pmatrix} \quad (75)$$

$$= D_h \begin{pmatrix} \Delta \beta \\ \Delta T \\ \Delta h \end{pmatrix}$$

여기에서 D_h 는 미분 보정 행렬로서

$$D_h = \begin{pmatrix} \frac{\partial D_1}{\partial \beta} & \frac{\partial D_1}{\partial T} & \frac{\partial D_1}{\partial h} \\ \frac{\partial D_2}{\partial \beta} & \frac{\partial D_2}{\partial T} & \frac{\partial D_2}{\partial h} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial D_n}{\partial \beta} & \frac{\partial D_n}{\partial T} & \frac{\partial D_n}{\partial h} \end{pmatrix} \quad (76)$$

이고,

$$\Delta \rho_i - N_D \Delta a_i = \delta_i \quad (77)$$

라고 놓으면 $\sum \delta_i^2$ 이 최소값을 갖게 할 때 최소 자승법이라고 한다.

여기서 δ_i^2 는 covariance matrix가 된다. 즉,

$$\begin{aligned} \sum_i (\Delta D_i - D_h \Delta h)^2 &= \sum \delta_i^2 \\ &= \text{최소값} \end{aligned} \quad (78)$$

을 미분하여 영의 값을 가질 때이다. 위의 미분 보정 행렬 D_h 를 역행렬로 표시하면,

$$\begin{pmatrix} \Delta \beta \\ \Delta T \\ \Delta h \end{pmatrix} = [D_h^T D_h]^{-1} D_h^T \begin{pmatrix} \Delta D_1 \\ \Delta D_2 \\ \vdots \\ \Delta D_n \end{pmatrix} \quad (79)$$

이 되고, 여기에서 D_h^T 는 D_h 의 전치 행렬이고, $[D_h^T D_h]^{-1}$ 은 $D_h^T D_h$ 의 역행렬이다.

윗 식에서 행렬 D_h 를 알 수 있다면, ΔD_i 는 위성의 도플러(Doppler) 편이로부터 알고 있으므로, 미분 보정의 과정을 통해 새롭게 구한 β , T , h 를 다음으로 부터 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \beta \\ T \\ h \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} \beta \\ T \\ h \end{pmatrix}_n + \begin{pmatrix} \Delta \beta \\ \Delta T \\ \Delta h \end{pmatrix} \quad (80)$$

미분보정은 이러한 과정을 $(0-C)^2$ 의 값의 합이 최소가 될 때까지 n 번 반복하게 된다.

미분 보정 행렬 D_h 의 원소는 편미분 계수가 포함되어 있지만, 이러한 편미분계수는 다음과 같은 수치적인 방법으로 사용하였다.

$$\begin{aligned}
\text{즉 } \frac{\partial D}{\partial \beta} &= \frac{D(\beta + \Delta\beta, T, h) - D(\beta, T, h)}{\Delta\beta} \\
\frac{\partial D}{\partial T} &= \frac{D(\beta, T + \Delta T, h) - D(\beta, T, h)}{\Delta T} \\
\frac{\partial D}{\partial h} &= \frac{D(\beta, T, h + \Delta h) - D(\beta, T, h)}{\Delta h}
\end{aligned} \tag{81}$$

$\Delta\beta$, ΔT , Δh 는 자체값의 1~5% 값을 주면 된다.

2. Doppler shift data를 사용한 미분 보정

(Differential correction utilizing Doppler shift data)

우리별 1호로부터 오는 Telemetry를 수신하다 보면 수신 주파수가 계속 변화하는 모양을 보게 된다. 이렇게 수신 주파수가 계속 변화하는 효과를 Doppler shift라고 부른다.

Doppler shift가 생기는 원인은 위성과 관측자와의 시선거리 변화율 (slant range rate) $\dot{\rho}$ 때문이다. 즉,

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{\dot{\rho}}{C} \tag{82}$$

이다. 여기에서 f 는 위성이 발사하는 전파의 주파수이고, C 는 광속도, Δf 는 주파수 변화량(Doppler shift)인데, 위성이 관측자에게 접근해 올 때 ($\dot{\rho} < 0$)는 주파수가 증가하는 청색 변이가 일어나고, 멀어질 때 ($\dot{\rho} > 0$)는 주파수가 감소하는 적색 변이가 일어난다.

어떤 임의의 시각($t=t_0$)에 대한 시선거리 변화율은 다음과 같은 궤도 요소의 함수로 나타낼 수 있다.

즉,

$$\dot{\rho} = \dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M) \quad (83)$$

이다. 위 식을 기준 시각에 대한 궤도 요소로 Taylor급수 전개를 시켜서 1차항까지 표시 하면,

$$\begin{aligned} d\dot{\rho}_i = & \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial e \cos \omega} \Delta e \cos \omega + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial e \sin \omega} \Delta e \sin \omega \\ & + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \Omega} \Delta \Omega + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial i} \Delta i + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial M} \Delta M \end{aligned} \quad (84)$$

이다. i 번째의 관측치와 계산치와의 차를

$$\Delta \dot{\rho}_i = (\dot{\rho}_o)_i - (\dot{\rho}_c)_i \quad (60)$$

이라고 표시할 수 있다.

미분 보정식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{\rho}_1 \\ \Delta \dot{\rho}_2 \\ \vdots \\ \Delta \dot{\rho}_n \end{pmatrix} = N_D \begin{pmatrix} \Delta a \\ \Delta e \cos \omega \\ \Delta e \sin \omega \\ \Delta \Omega \\ \Delta i \\ \Delta M \end{pmatrix} \quad (85)$$

여기서 N_D 는 미분 보정 행렬이며, 그 전치행렬 N_D^T 는 다음과 같다.

$$N_D^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial a} \Delta a & \dots & \dots & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial a} \Delta a \\ \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial e \cos \omega} \Delta e \cos \omega & \dots & \dots & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial e \cos \omega} \Delta e \cos \omega \\ \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial e \sin \omega} \Delta e \sin \omega & \dots & \dots & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial e \sin \omega} \Delta e \sin \omega \\ \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \Omega} \Delta \Omega & \dots & \dots & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial \Omega} \Delta \Omega \\ \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial i} \Delta i & \dots & \dots & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial i} \Delta i \\ \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial M} \Delta M & \dots & \dots & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial M} \Delta M \end{pmatrix} \quad (86)$$

궤도요소중의 하나인 장반경(a)을 예로 들면 $\Delta \rho_i - N_D \Delta a_i = \delta_i$ 라고

놓고 $\sum \delta_i^2$ 이 최소값을 갖게 할 때 최소 자승법이라고 한다. 즉

$$\begin{aligned} \sum_i (\Delta \rho_i - N_D \Delta a_i)^2 &= \sum \delta_i^2 \\ &= \text{최소값} \end{aligned} \quad (87)$$

을 미분하여 영의 값을 가질 때인데 이것을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_i (\Delta \rho_i - N_D \Delta a_i) = 0 \quad (88)$$

이러한 최소 자승법은 위성의 모든 궤도요소의 미분 보정에 사용될 수 있다.

위의 미분 보정 행렬 N_D 를 역행렬로 표시하면

$$\begin{pmatrix} \Delta a \\ \Delta e \cos \omega \\ \Delta e \sin \omega \\ \Delta Q \\ \Delta i \\ \Delta M \end{pmatrix} = [N_D^T N_D]^{-1} N_D^T \begin{pmatrix} \Delta \rho_1 \\ \Delta \rho_2 \\ \vdots \\ \Delta \rho_n \end{pmatrix} \quad (89)$$

여기에서 N_D^T 는 N_D 의 전치 행렬이고, $[N_D^T N_D]^{-1}$ 은 $N_D^T N_D$ 의 역행렬이다.

$$\begin{pmatrix} a \\ e \cos \omega \\ e \sin \omega \\ Q \\ i \\ M \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} a \\ e \cos \omega \\ e \sin \omega \\ Q \\ i \\ M \end{pmatrix}_n + \begin{pmatrix} \Delta a \\ \Delta e \cos \omega \\ \Delta e \sin \omega \\ \Delta Q \\ \Delta i \\ \Delta M \end{pmatrix} \quad (90)$$

미분보정은 이러한 과정을 $(O-C)^2$ 의 값의 합이 최소가 될 때까지 n 번 반복하게 된다

다음은 행렬 N_D 의 각 항들인 시선거리 변화율에 대한 미분계수를 유도해 보기로 하자.

시선거리 ρ 는 인공위성의 위치 벡터와 관측자의 위치벡터와의 합으로부터 얻어진다.

$$\begin{aligned} \rho^2 &= (\vec{r} + \vec{R})^2 = r^2 + 2\vec{r} \cdot \vec{R} + R^2 \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 2xX + 2yY + 2zZ + R^2 \end{aligned} \quad (91)$$

여기서 X, Y, Z 는 관측자와 지구 중심이 이루는 위치 벡터 성분이고, R 은 지구의 반경이다. 위 식을 시간에 관해서 미분하면,

$$\rho \dot{\rho} = x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z} + x\dot{X} + \dot{x}X + y\dot{Y} + \dot{y}Y + z\dot{Z} + \dot{z}Z \quad (92)$$

이 된다. 여기서

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -G_1 \cos \varphi \cos \theta \\ -G_1 \cos \varphi \sin \theta \\ -G_2 \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (93)$$

$$G_1 = \frac{a_e}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2 \varphi}} \quad (94)$$

$$G_2 = G_1(1 - f)^2$$

φ 는 관측소의 측지위도이고, θ 는 관측소에 대한 항성시이다.

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Y \\ X \\ 0 \end{pmatrix} \frac{d\theta}{dt} \quad (95)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= 1 + 1/365.24219879 \text{ rev/day} \\ &= 15.04107 \text{ deg/hr} \end{aligned}$$

위성의 위치 벡터는

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = a(\cos E - e) \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} + b \sin E \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{pmatrix} \quad (96)$$

이며, 위성의 속도 벡터는

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{GM}}{r\sqrt{a}} \left\{ b \cos E \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{pmatrix} - a \sin E \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} \right\} \quad (97)$$

이고, $\vec{P} = \vec{P}(\omega, \Omega, i)$, $\vec{Q} = \vec{Q}(\omega, \Omega, i)$ 이므로 궤도요소의 값만 대입하면 \vec{P} , \vec{Q} 는 결정된다.

미분 보정 행렬 N_0 의 원소에는 미분 계수가 포함되어 있는데, 이러한

편미분 계수는 다음과 같은 수치적인 방법을 사용하였다. 즉

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial a} &= \frac{\dot{\rho}(a + \Delta a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M) - \dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M)}{\Delta a} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial e \cos \omega} &= \frac{\dot{\rho}(a, e \cos \omega + \Delta e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M) - \dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M)}{\Delta e \cos \omega} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial e \sin \omega} &= \frac{\dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega + \Delta e \sin \omega, \Omega, i, M) - \dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M)}{\Delta e \sin \omega} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \Omega} &= \frac{\dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega + \Delta \Omega, i, M) - \dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M)}{\Delta \Omega} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial i} &= \frac{\dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i + \Delta i, M) - \dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M)}{\Delta i} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial M} &= \frac{\dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M + \Delta M) - \dot{\rho}(a, e \cos \omega, e \sin \omega, \Omega, i, M)}{\Delta M} \\ &\dots\dots\dots(97) \end{aligned}$$

여기서 Δa , $\Delta e \cos \omega$, $\Delta e \sin \omega$, $\Delta \Omega$, Δi , ΔM 은 자체값의 1~5% 값을 주면 된다.

3. 2개의 각과 Doppler shift data를 사용한 미분 보정

(Differential correction utilizing 2-angles and Doppler shift data)

앞 절에서는 Doppler shift data 하나만 가지고 미분 보정을 하는 방법을 논하였는데, 실제 위성을 추적할 때는 지향성을 가지고 위성의 신호를 수신하기 때문에 방위각과 고도각의 자료도 함께 얻을 수 있다.

본 절에서는 방위각, 고도각, 도플러 편이의 추적 자료로부터 미분 보

정을 하는 방법을 논하겠다. 편이상 도플러 편이는 시선거리 변화율로부터 쉽게 얻을 수 있으므로 시선거리 변화율에 관한 식으로 표시 하겠다.

어떤 임의의 시각($t=t_0$)에서의 시선거리 변화율은 다음과 같이 표시 할 수 있다.

$$\dot{\rho} = \dot{\rho}(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) \quad (98)$$

위 식을 위치 성분과 속도 성분에 관해서 Taylor 급수 시키면

$$\begin{aligned} d\dot{\rho}_i &= \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial y_0} dy_0 + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial z_0} dz_0 \\ &+ \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \dot{x}_0} d\dot{x}_0 + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \dot{y}_0} d\dot{y}_0 + \frac{\partial \dot{\rho}_i}{\partial \dot{z}_0} d\dot{z}_0 \end{aligned} \quad (99)$$

이다. i 번째의 관측치 ($\dot{\rho}_{oi}$)와 계산치 ($\dot{\rho}_{ci}$) 와의 차를

$$\Delta \dot{\rho}_i = (\dot{\rho}_o)_i - (\dot{\rho}_c)_i \quad (100)$$

이라고 표시하면, 식(77) 은

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{\rho}_1 \\ \Delta \dot{\rho}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \dot{\rho}_n \end{pmatrix} = M_D \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \\ \Delta \dot{y}_0 \\ \Delta \dot{z}_0 \end{pmatrix} \quad (101) \text{으}$$

로 표시할 수 있으며, 여기서 M_D 는 미분 보정 행렬로서 다음과 같이 표

현된다.

$$M_D = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_1}{\partial \dot{z}_0} \\ \frac{\partial \dot{\rho}_2}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_2}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_2}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_2}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_2}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_2}{\partial \dot{z}_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial x_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial y_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial z_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial \dot{x}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \dot{\rho}_n}{\partial \dot{z}_0} \end{pmatrix} \quad (102)$$

위성의 위치벡터 성분중 하나인 x_0 를 예로 들 $\Delta \rho_i - M_D \Delta x_i = \delta_i$ 라고 놓고 $\sum \delta_i^2$ 이 최소값을 가지게 할 때 최소 자승법이라고 한다. 즉 $\sum_i (\Delta \rho_i - M_D \Delta x_i)^2 = \sum \delta_i^2$ 을 미분하여 영의 값을 가질때인데 이것을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\sum_i (\Delta \rho_i - M_D \Delta x_i) = 0 \quad (103)$$

이러한 최소 자승법은 위성의 위치벡터와 속도벡터의 미분 보정에 사용될 수 있다.

식 (78)의 양변에 $[M_D^T M_D]^{-1}$ 을 곱하면

$$\begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \\ \Delta \dot{y}_0 \\ \Delta \dot{z}_0 \end{pmatrix} = [M_D^T M_D]^{-1} M_D^T \begin{pmatrix} \Delta \dot{\rho}_1 \\ \Delta \dot{\rho}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta \dot{\rho}_n \end{pmatrix} \quad (104)$$

이 되는데, 여기에서 M_0^T 는 M_0 의 전치 행렬이고, $[M_0^T M_0]^{-1}$ 은 $M_0^T M_0$ 의 역행렬이다.

식 (104)에서 행렬 M_0 를 안다면, $\Delta \rho_i$ 는 위성의 도플러 편이로부터 알 수 있으므로 미분 보정의 과정을 통해 새롭게 구한 위치 벡터와 속도 벡터 성분을 다음과 같이 구하게 된다.

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{pmatrix}_n + \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \\ \Delta \dot{y}_0 \\ \Delta \dot{z}_0 \end{pmatrix} \quad (105)$$

미분보정은 이러한 과정을 $(O-C)^2$ 의 값의 합이 최소가 될 때까지 n 번 반복하게 된다.

다음은 행렬 M_0 의 각 항들의 시선거리 변화율에 대한 미분계수를 유도해 보자.

시선거리 ρ 는 인공위성의 위치 벡터와 지상국의 위치벡터와의 합으로부터 구해진다.

$$\begin{aligned} \rho^2 &= (\vec{r} + \vec{R})^2 = r^2 + 2\vec{r} \cdot \vec{R} + R^2 \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 2xX + 2yY + 2zZ + R^2 \end{aligned} \quad (106)$$

여기서 X, Y, Z 는 지상국과 지구 중심이 이루는 위치 벡터 성분이고, R 은 지구의 반경이다. (105) 식을 어떤 변수 ξ_0 로 편미분하면

$$\rho \frac{\partial \rho}{\partial \xi_0} = x \frac{\partial x}{\partial \xi_0} + y \frac{\partial y}{\partial \xi_0} + z \frac{\partial z}{\partial \xi_0} + X \frac{\partial X}{\partial \xi_0} + Y \frac{\partial Y}{\partial \xi_0} + Z \frac{\partial Z}{\partial \xi_0}$$

.....(107)

이 된다. 여기서 위성 지상국의 위치는 정확히 알고 있으므로 편미분 계수는 영이 된다. 왜냐하면 구하려는 편미분 계수는 부정확도에 대한 오차를 산출하려고 하기 때문에 정확한 값을 알고 있으면 오차가 없으므로 미분 계수는 영이 된다.

(105) 식을 시간에 관하여 미분하면

$$\rho \dot{\rho} = x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z} + x\dot{X} + \dot{x}X + y\dot{Y} + \dot{y}Y + z\dot{Z} + \dot{z}Z$$

.....(108)

이 된다. 이 식을 ξ_0 로 편미분하여 정리하면 다음식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \xi_0} &= L_x \frac{\partial \dot{x}}{\partial \xi_0} + L_y \frac{\partial \dot{y}}{\partial \xi_0} + L_z \frac{\partial \dot{z}}{\partial \xi_0} + \left(L_x - \frac{\dot{\rho}}{\rho} L_x \right) \frac{\partial x}{\partial \xi_0} \\ &+ \left(L_y - \frac{\dot{\rho}}{\rho} L_y \right) \frac{\partial y}{\partial \xi_0} + \left(L_z - \frac{\dot{\rho}}{\rho} L_z \right) \frac{\partial z}{\partial \xi_0} \end{aligned}$$

.....(109)

이다. 여기서

$$\begin{aligned} L_x &= \frac{x+X}{\rho} & L_y &= \frac{y+Y}{\rho} & L_z &= \frac{z+Z}{\rho} \\ \dot{L}_x &= \frac{\dot{x}+\dot{X}}{\rho} & \dot{L}_y &= \frac{\dot{y}+\dot{Y}}{\rho} & \dot{L}_z &= \frac{\dot{z}+\dot{Z}}{\rho} \end{aligned} \quad (110)$$

이다. 또 $\vec{L} - \frac{\dot{\rho}}{\rho} \vec{L} = \vec{\dot{L}}$ 이므로 (109) 식은

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \xi_0} = & L_x \frac{\partial \dot{x}}{\partial \xi_0} + L_y \frac{\partial \dot{y}}{\partial \xi_0} + L_z \frac{\partial \dot{z}}{\partial \xi_0} + L_x \frac{\partial x}{\partial \xi_0} \\ & + L_y \frac{\partial y}{\partial \xi_0} + L_z \frac{\partial z}{\partial \xi_0} \end{aligned} \quad (111)$$

이 된다. 여기서 ξ_0 는 $x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ 이므로 (109)식을 정리하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial x_0} = & L_x \frac{\partial \dot{x}}{\partial x_0} + L_y \frac{\partial \dot{y}}{\partial x_0} + L_z \frac{\partial \dot{z}}{\partial x_0} + L_x \frac{\partial x}{\partial x_0} + L_y \frac{\partial y}{\partial x_0} + L_z \frac{\partial z}{\partial x_0} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial y_0} = & L_x \frac{\partial \dot{x}}{\partial y_0} + L_y \frac{\partial \dot{y}}{\partial y_0} + L_z \frac{\partial \dot{z}}{\partial y_0} + L_x \frac{\partial x}{\partial y_0} + L_y \frac{\partial y}{\partial y_0} + L_z \frac{\partial z}{\partial y_0} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial z_0} = & L_x \frac{\partial \dot{x}}{\partial z_0} + L_y \frac{\partial \dot{y}}{\partial z_0} + L_z \frac{\partial \dot{z}}{\partial z_0} + L_x \frac{\partial x}{\partial z_0} + L_y \frac{\partial y}{\partial z_0} + L_z \frac{\partial z}{\partial z_0} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \dot{x}_0} = & L_x \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{x}_0} + L_y \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{x}_0} + L_z \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{x}_0} + L_x \frac{\partial x}{\partial \dot{x}_0} + L_y \frac{\partial y}{\partial \dot{x}_0} + L_z \frac{\partial z}{\partial \dot{x}_0} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \dot{y}_0} = & L_x \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{y}_0} + L_y \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{y}_0} + L_z \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{y}_0} + L_x \frac{\partial x}{\partial \dot{y}_0} + L_y \frac{\partial y}{\partial \dot{y}_0} + L_z \frac{\partial z}{\partial \dot{y}_0} \\ \frac{\partial \dot{\rho}}{\partial \dot{z}_0} = & L_x \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{z}_0} + L_y \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{z}_0} + L_z \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{z}_0} + L_x \frac{\partial x}{\partial \dot{z}_0} + L_y \frac{\partial y}{\partial \dot{z}_0} + L_z \frac{\partial z}{\partial \dot{z}_0} \end{aligned} \quad \dots (112)$$

방향 여현의 시간에 대한 변화율 \vec{L}_2 은 방향여현 $\vec{L}_1, \vec{L}_2, \vec{L}_3$ 의 Lagrange 수치 보삽법에 의해 구할 수 있다. 즉

$$\vec{L}_2 = \frac{-\tau_{23}^2 \vec{L}_1 + (\tau_{23}^2 - \tau_{12}^2) \vec{L}_2 + \tau_{12}^2 \vec{L}_3}{\tau_{12} \tau_{23} \tau_{13}} \quad (113)$$

이고, 여기서

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= k(t_j - t_i) \\ k &= 0.01720 (\text{earth radius})^{\frac{3}{2}} / \text{min} \end{aligned}$$

이다.

미분보정 행렬 M_0 의 원소인 (106) 식은 편미분 계수가 포함되어 있는데, 이러한 편미분계수는 다음과 같은 수치적인 방법을 사용하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial x_0} &= \frac{\mathbf{x}(x_0 + \Delta x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) - \mathbf{x}(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)}{\Delta x_0} \\ \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial y_0} &= \frac{\mathbf{x}(x_0, y_0 + \Delta y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) - \mathbf{x}(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)}{\Delta y_0} \\ \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial z_0} &= \frac{\mathbf{x}(x_0, y_0, z_0 + \Delta z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) - \mathbf{x}(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)}{\Delta z_0} \\ &\vdots \\ \frac{\partial \dot{z}}{\partial z_0} &= \frac{\mathbf{x}(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0 + \Delta \dot{z}_0) - \mathbf{x}(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)}{\Delta \dot{z}_0} \\ &\dots\dots\dots(114) \end{aligned}$$

4. f와 g급수 전개

시각 t_0 에서의 위치 벡터(\vec{r}_0)와 속도 벡터(\vec{v}_0)를 시각 t 에서의 위치 벡터(\vec{r}_t)와 속도 벡터(\vec{v}_t)로 전개할 때는 f 와 g 의 급수 전개를 사용하면 된다(Escobal 1976).

먼저 기본적인 물리량을 다음으로부터 얻는다. 즉

$$\begin{aligned}
r_0^2 &= \vec{r}_0 \cdot \vec{r}_0 \\
D_0 &= \vec{r}_0 \cdot \frac{\vec{r}_0}{\sqrt{\mu}} \\
\frac{V_0^2}{\mu} &= \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_0}{\mu} \\
\frac{1}{a} &= \frac{1}{r_0} - \frac{V_0^2}{\mu} \\
e^2 &= \left(1 - \frac{r_0}{a}\right)^2 + \frac{1}{a} D_0^2 \\
P &= r_0 \left(2 - \frac{r_0}{a}\right) - D_0^2 \\
2q &= 2r_0 - D_0^2
\end{aligned} \tag{115}$$

이다. 여기서 $\mu = G M_e$ 이고, V_0 는 초기속도이고, a 는 궤도의 반장경
이고, e 는 이심률이다.

위성의 궤도가 타원인 경우는

$$\begin{aligned}
C_e &\equiv [e \cos E]_0 = 1 - \frac{r_0}{a} \\
S_e &\equiv [e \sin E]_0 = \frac{D_0}{\sqrt{a}}
\end{aligned} \tag{116}$$

이라고 놓는다. 여기서 E 는 이심 근점이각이다.

미래에 위성이 나타날 시각은

$$M - M_0 = (t - t_0) k\sqrt{\mu} / a^{3/2} \tag{117}$$

이라고 한다. 여기서 M 은 평균 근점이각이다. Kepler의 방정식을 Newton의
근사방식으로 풀면 미래의 시각이 구해진다. 즉

$$G_{n+1} = g_n - \frac{g_n + S_e \sin^2 g_n - C_e \sin g_n \cos g_n - \frac{1}{2}(M - M_0)}{1 + 2 S_e \sin g_n \cos g_n - C_e (1 - 2 \sin^2 g_n)}$$

.....(118)

for $n = 1, 2, 3 \dots$ until $|g_{n+1} - g_n| \leq 10^{-7}$

으로부터 g 의 값을 얻는다.

여기서 얻어진 g 의 값을 가지고 다음의 계산과정을 밟는다. 즉

$$\begin{aligned}
 E - E_0 &= 2g \\
 C &= a [1 - \cos (E - E_0)] \\
 S &= \sqrt{a} [E - E_0] \\
 f &= 1 - \frac{C}{r_0} \\
 g &= \frac{1}{\sqrt{\mu}} (r_0 S + D_0 c) \\
 r &= r_0 + \left(1 - \frac{r_0}{a} \right) C + D_0 \varepsilon \\
 \dot{r} &= - \frac{\sqrt{\mu}}{r r_0} S \\
 \dot{g} &= 1 - \frac{C}{r}
 \end{aligned} \tag{119}$$

이고, 우리가 구하고자 하는 시각 t 에서의 위치 벡터 \vec{r} 와 속도 벡터 $\vec{\dot{r}}$ 는

$$\begin{aligned}
 \vec{r} &= f \vec{r}_0 + g \vec{r}_0 \\
 \vec{\dot{r}} &= \dot{f} \vec{r}_0 + \dot{g} \vec{r}_0
 \end{aligned} \tag{120}$$

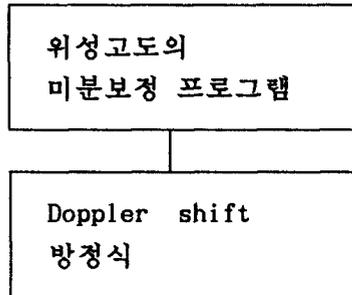
으로부터 얻게 된다.

앞절의 (109)식을 수치 미분할 때 (115)식을 사용하면 아주 편리하다.

제 3 절 프로그램의 구성

1. 위성고도의 해석

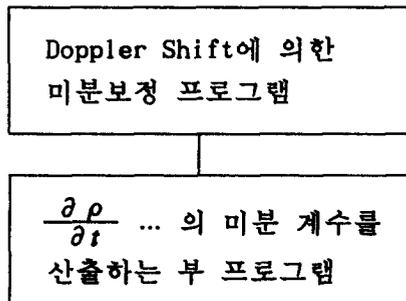
위성고도의 해석 프로그램의 파일구성을 주 프로그램과 1개의 부 프로그램으로 구성되어 있다.



부 프로그램은 Doppler Shift 방정식을 산출하게 되어 있다.

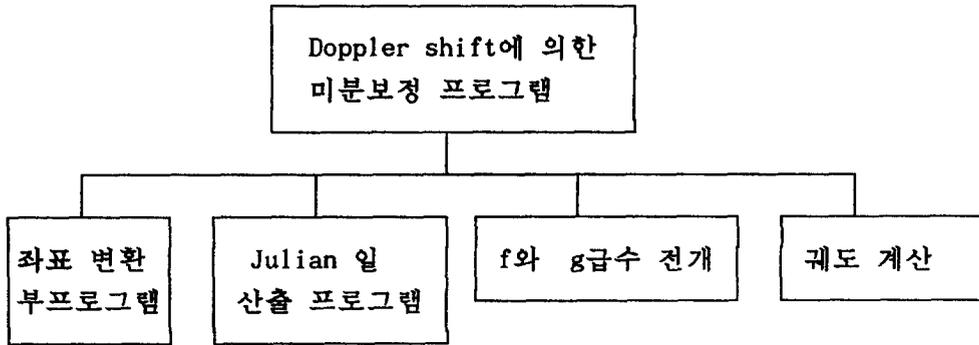
2. Doppler 편이 자료만의 미분보정

도플러 편이 자료를 이용한 미분보정법의 파일구성은 1개의 주 프로그램과 1개의 부 프로그램으로 되어 있다.



3. 방위각, 고도각 도플러 편이 자료에 의한 미분보정

Doppler Shift에 의한 미분보정법의 파일 구성은 주 프로그램과 4개의 부프로그램으로 되어 있다.



i) 좌표 변환 부 프로그램

수평 좌표계에서 측정된 위성의 방위각과 고도각을 적도 좌표계의 적경과 적위로 바꾸어 주는 부 프로그램이다.

ii) Julian 일 산출 부 프로그램

몇 년, 몇 월, 몇 일이라는 그레고리안 달력을 B.C.4713년 1월 1일 정오(12:00 PM)를 기산점으로 하는 Julian 일수로 산출시켜 주는 부 프로그램

iii) f와 g의 급수전개

해석적인 f와 g의 급수를 사용하여 임의의 시각에서의 위치 벡터와 속도 벡터를 산출하게 하여 (91)식의 수치 적분을 할 수 있게 하여 준다.

iv) 궤도 요소 계산

얻어진 위치 벡터와 속도 벡터를 6개의 접용 궤도 요소로 바꾸어 주는 부 프로그램이다.

제 8 장 결 론

도플러 편이를 이용한 위성추적 감시는 저 고도 위성에 주로 이용될 수 있다. 우립녘 1호(KITSAT-1)는 아마추어 주파수대의 전파를 사용하기 때문에 도플러 편이를 사용한 추적 감시가 용이하다.

본 연구에서는 우리별 1호와 같은 모델인 UOSAT 위성 수신 시스템 및 위성의 도플러 추적 감시 시스템에 관한 연구를 수행 하였으며, 동시에 관측자료로부터 추적 대상 위성의 궤도 제원을 산출하는 방법 및 그 소프트웨어에 대하여 연구하였다.

한 관측소로부터 얻은 도플러 편이의 관측값으로부터 미분 보정법을 이용하여 위성의 궤도를 산출할 수 있었으며, 여러개의 관측소로부터 측정된 관측값으로부터 위성의 궤도를 산출하는 방법에 대하여도 연구를 수행하였다.

작성한 도플러 추적 감시 소프트웨어는 도플러 편이량의 잡음 오차를 100Hz로 했을 경우, 시선거리에서 Km 단위의 오차를 보이며 위성의 원래 궤도에 접근 하였다.

참 고 문 헌

- 육재림 외, "인공위성 궤도의 추적에 관한 연구", 연구보고서, 제40호,
PP 3-17. 1986. 전파연구소
- Escobal, P. R. 1976, Method of orbital determination (John wiley & sons
: New York).
- Inge Skulstad Garhol, "Automatic Doppler Tracking of Low Earth
Orbiting spacecraft", M.S.C in Satellite Communication Engineering
University of Surrey, 1989
- Morgan, W. L. & Gordon, G. D. 1989, Communication Satellite Handbook
(John wiley & sons : New York).
- Moulton, F. R. 1914, An Introduction to Celestial Mechanics (Macmillan :
New York).
- R.L Easton & J.J. Fleming, "The Navy Space Surveillance System",
Proceeding of the IRE, Vol. 48, No 4, PP663-669 : Apr. 1960
- CCIR Report 276-5, "Monitoring of Radio Emission from Spacecraft at
mixed Monitoring Stations", Vol - 1 PP 533-555, 1986. ITU
- Taff, L. G. 1985, Celestial Mechanics (John wiley & sons : New York).

부 록

1. 위성 출몰시각 산출 S/W
2. 위성의 고도 해석 S/W
3. 시선 속도를 이용한 궤도요소 산출 S/W
4. 2개의 각과 시선속도를 이용한 궤도요소 S/W

부록 1. 위성의 출몰시각 산출 S/W

```
Program UOSAT_5
C
C -----
C   RISE-AND-SET TIME OF UOSAT-5
C
C   The purpose of this program is to present a Keplerian
C   closed-form solution to the rise-and-set time problem.
C -----
c
c
c   implicit real*8 (a-i, l-z)
c   dimension B(3,3), D(3), Ff(3)
c
c   common/elements/Argper0, Node0, Incl, Ecc, Manomaly, A, Rev
c   Argper0 : Argument of perigee(rad)
c   Node0   : Longitude of ascending node(rad)
c   Incl    : Inclination (rad)
c   Ecc     : eccentricity
c   Manomaly : Mean anomaly (rad)
c   A      : Semi-major axis (km)
c   Rev    : Revolution/dat
c
c   common/epochtime/Epochyr, Epochmon, Epochday
c   Epch Time
c   common/starttime/Startyr, Startmon, Startday,
c   +           Starthr, Startmin, Startsec
c   Starthr, Statmin, Startsec
c   common/endtime/endyr, Endmon, Endday, Endhr, Endmin, Endsec
c   End date and time
```

common/miscell/dt, FJ2, Ae, F, Phi, Long0, pi

c dt : time increment [sec]

c FJ2 :

c Ae :

c F :

c Phi, Long0 : position of observation

c -----

Main Program

c -----

pi = 3.1415926536

FJ2 = 1.0827E-3

Ae = 6377.397155

F = 1/299.152813

Rev = 14.36743087

Dt = 30.

Phi = 37.3883*pi/180.

Long0 = 126.94306*pi/180.

Argper0 = 143.1087 *pi/180.

Node0 = 56.2366*pi/180.

Incl = 98.4944*pi/180.

Ecc = 0.000777

Manomaly = 217.0634*pi/180.

A = 7147.42

Epochyr = 1992.

Epochmon = 12.

Epochday = 8.22375043

Startyr=1992.

Startmon=12.

```
Startday = 9.  
Starthr = 2.  
Startmin = 1.  
Startsec = 0.  
Endyr = 1992.  
Endmon = 12.  
Endday = 9.  
Endhr = 2.  
Endmin = 16.  
Endsec = 0.
```

```
call FJulian(Epochyr, Epochmon, Epochday, FJdepo  
FJdepo=FJdepo-Manomaly/(rev*2*pi)
```

```
call FJulian(Startyr, Startmon, Startday, FJdst  
FJdst=FJdst+Starthr/24. +Startmin/1440. +Startsec/86400.
```

```
call FJulian(Endyr, Endmon, Enddat, FJdend)  
FJdend = FJdend+Endhr/24. +Endmin/1440. +Endsec/86400.
```

```
M = (FJdst-FJdepo)*rev*2*pi  
M = M - int(M/2/pi)*pi*2
```

```
Tday = Startday  
Thour = Starthr + 9.  
if (Thour .GE. 24) then  
    Thour = Thour - 24.  
    Tday = Tday+1.  
endif
```

```
500 Tmin = Startmin  
Tsec = Startsec  
FJd = FJdst
```

```

print*, '    *** Calculation of range and range-rate ***'
print*, '                UOSAT-5'
print*
write(*,10) Startyr, Startmon, Tday
10 format(lx,'Year = ',f5.0, ' Month = ',f4.0,' Day = ', f3.0/)
print*, 'K. S. T. ', ' RHOx ', ' RHOy ', ' RHOz ',
+      ' Range ', ' Range-rate'
print*, 'hr mm ss ', ' [km] ', ' [km] ', ' [km] ',
+      ' [km] ', ' [km/sec]'
print*

call Perturb(FJd, FJdepoch, Argper0, Node0, Argper, Node)
Px = dcos(Node)*dcos(Argper)-dsin(Node)*dsin(Argper)*dcos(Incl)
Py = dsin(Node)*dcos(Argper)+dcos(Node)*dsin(Argper)*dcos(Incl)
Pz = dsin(Argper)*dsin(Incl)

Qx=-dcos(Node)*dsin(Argper) - dsin(Node)*dcos(Argper)*dcos(Incl)
Qy=-dsin(Node)*dsin(Argper) + dcos(Node)*dcos(Argper)*dcos(Incl)
Qz = dcos(Argper) * dsin(incl)

Ha = 6.60856392 + 6.57098232E-2
+ (FJd-Starthr/24. -Tmin/1440. -Tsec/86400. -46795.5)
Ha = (Ha+(Starthr+Tmin/60.+ Tsec/3600.)*1.00273791)*15.
Ha = Ha - int(Ha/360)*360
Ha = Ha*pi/180

Control = -1.

do 1590 k=1, 1000
  M0 = M + rev*2*pi*(k-1)*Dt/86400.
  Slong = Long0 + Ha + 15.04107*24.*pi/180.*(M0-M)/(Rev*2*pi)
  E0 = M0

```

```

780  E = E0 - (E-ecc*dsin(E0)-M0)/(1-Ecc*dcos(E0))
      if(abs(E-E0).LT. 1.0E-6) go to 820
      E0 = E
      go to 780

820  continue
      Zx = dcos(phi)*dcos(Slong)
      Zy = dcos(phi)*dsin(Slong)
      Zz = dsin(phi)

      B(3,1) = Zx
      B(3,2) = Zy
      B(3,3) = Zz

      Ppzz = Px*Zx + Py*Zy + Pz*Zz
      Qqzz = Qx*Zx + Qy*Zy + Qz*Zz

      G = A*(dcos(E) - Ecc)*Ppzz + A*sqrt(1-Ecc*Ecc)*dsin(E)*Qqzz
      G1 = Ae/dsqrt(1-(2*F-F*f)*dsin(Phi)*dsin(Phi))
      G2 = G1*(1-F)*(1-F)
      Rsinh = G-G1*dcos(Phi)*dcos(Phi) - G2*dsin(Phi)*dsin(Phi)

      X = A*Px*(dcos(E) - Ecc) + A*sqrt(1-Ecc*Ecc)*Qx*dsin(E)
      Y = A*Py*(dcos(E) - Ecc) + A*sqrt(1-Ecc*Ecc)*Qy*dsin(E)
      Z = A*Pz*(dcos(E) - Ecc) + A*sqrt(1-Ecc*Ecc)*Qz*dsin(E)

      call Geographic(X, Y, Z, Ha, T, Lat, Long, Hs)

      B(1,1) = dsin(Phi)*dcos(Slong)
      B(1,2) = dsin(Phi)*dsin(slong)
      B(1,3) = -dcos(Phi)

      B(2,1) = -dsin(Slong)

```

$$B(2,2) = \text{dcos}(\text{slong})$$

$$B(2,3) = 0$$

$$R_x = X - G1*Z_x + 0.136$$

$$R_y = Y - G1*Z_y - 0.521$$

$$R_z = Z - G2*Z_z - 0.681$$

$$\text{Rho} = \text{dsqrt}(R_x*R_x + R_y*R_y + R_z*R_z)$$

$$R_r = \text{dsqrt}(X*X + Y*Y + Z*Z)$$

$$\text{Mu} = 3.986012\text{E}+5$$

$$\text{Aeq} = 6378.16$$

$$\begin{aligned} X_d &= (A*\text{dsqrt}(1-\text{Ecc}*\text{Ecc})*Q_x*\text{dcos}(E) - A*P_x*\text{dsin}(E)) \\ &+ \quad /(\text{Rr}*\text{dsqrt}(A))*\text{dsqrt}(6378.16)*\text{dsqrt}(\text{Mu}/\text{Aeq}) \\ Y_d &= (A*\text{dsqrt}(1-\text{Ecc}*\text{Ecc})*Q_y*\text{dcos}(E) - A*P_y*\text{dsin}(E)) \\ &+ \quad /(\text{Rr}*\text{dsqrt}(A))*\text{dsqrt}(6378.16)*\text{dsqrt}(\text{Mu}/\text{Aeq}) \\ Z_d &= (A*\text{dsqrt}(1-\text{Ecc}*\text{Ecc})*Q_z*\text{dcos}(E) - A*P_z*\text{dsin}(E)) \\ &+ \quad /(\text{Rr}*\text{dsqrt}(A))*\text{dsqrt}(6378.16)*\text{dsqrt}(\text{Mu}/\text{Aeq}) \end{aligned}$$

$$D(1) = R_x/\text{Rho}$$

$$D(2) = R_y/\text{Rho}$$

$$D(3) = R_z/\text{Rho}$$

$$\text{Ff}(1) = B(1,1)*D(1) + B(1,2)*D(2) + B(1,3)*D(3)$$

$$\text{Ff}(2) = B(2,1)*D(1) + B(2,2)*D(2) + B(2,3)*D(3)$$

$$\text{Ff}(3) = B(3,1)*D(1) + B(3,2)*D(2) + B(3,3)*D(3)$$

$$\text{Elev} = \text{datan}(\text{Ff}(3)/\text{dsqrt}(\text{Ff}(1)*\text{Ff}(1)+\text{Ff}(2)*\text{Ff}(2)))$$

$$\text{Azimuth} = \text{datan}(-\text{Ff}(2)/\text{Ff}(1))$$

if (Ff(2).GT.0) go to 1240

if (Ff(1).GT.0) go to 1250

$$\text{Azimuth} = \text{Azimuth} + 2*\text{pi}$$

go to 1260

```

1240  if (Ff(1).LT.0) go to 1260
1250  Azimuth = Azimuth + pi
1260  continue

      if (Elev.LT.5*pi/180.) go to 1450
      if (Rsinh.LT.0) go to 1450

      Th = thour
      Tm = tmin
      Ts = Tsec
      Azim = Azimuth
      dect = Asin(D(3))
      Rat = datan(D(2)/D(1))

      if (D(2).LT.0) go to 1390
      if (D(1).GT.0) go to 1430

      Rat = rat + pi
      go to 1430
1390  if (D(1).LT.0) go to 1420
      Rat = Rat + 2*pi
      go to 1430
1420  Rat = Rat + pi
1430  Rat = rat * 180/pi /15.

      Xxx = -G1*Zx + 0.136
      Yyy = -G1*Zy - 0.521
      Zzz = -G2*Zz - 0.681

      Omega = 7.295115E-5
      Xxdot = G1*Omega*Zy
      Yydot = -G1*Omega*Zx

```

```

Zzdot = 0

Rhodot = (X*Xd + Y*Yd + Z*Zd + X*Xxdot + Y*Yydot + Z*Zzdot +
+         Xd*Xxx + Yd*Yyy + Zd*Zzz)/Rho
write(*,30) Th, Tm, Ts, Rx, Ry, Rz, Rho, Rhodot
30  format(F3.0, 1x, F3.0, 1x, F3.0, 1x, F10.4, 1x, F10.4, 1x,
+         F10.4, 1x, F10.4, 1x, F10.4/)

1450 Tsec = Tsec + DT

      if (Tsec.LT.60) then
          go to 1490
      end if
      Tsec = Tsec - 60
      Tmin = Tmin + 1
1490  if (Tmin.LT.60) then
          go to 1520
      end if
      Tmin = Tmin - 60
      Thour = Thour +1
1520  if (Thour.LT.24) then
          go to 1540
      end if
      Thour = Thour - 1
1540  Jd = Jd +Dt/86400.
      if (Control.GT.1) then
          go to 1600
      end if
      if (Jd.GT.Jend) then
          go to 1600
      end if
      go to 1590
      Control = 2.

```

1590 continue

1600 continue

stop

end

subroutine FJulian(yr, Mon, day, FJd)

implicit real*8 (a-z)

if (Mon.LE.2) then

Mon=Mon+12

Yr=Yr-1

end if

FJd=15078.5+Day+int((yr-1900.)*1461./4.)+int((Mon*153.-457.)/5.)

return

end

subroutine Perturb(T, FJd, ArgPer0, Node0, Argper, Node)

implicit real*8 (a-i, l-z)

common/elements/Fnull, FNull2, Incl, Ecc, Manomaly, A, Rev

common/miscell/dt, FJ2, Ae, F, Phi, Long0, pi

Pp = (A/6378.14*(1-Ecc*Ecc))**2

Node = Node0 - 1.5*FJ2*dcos(Incl)*2*pi*Rev*(T-FJd)/Pp

Argper = Argper0 +

1.5*FJ2*(2-2.5*dsin(Incl)*dsin(Incl))*2*pi*Rev*(T-FJd)/Pp

Node = Node - int(node/2/pi)*2*pi

Argper = Argper - int(Argper/2/pi)*2*pi

return

end

Subroutine Geographic(X, Y, Z, Ha, T, Phi, Slong, Hs)

implicit real*8 (a-i, l-z)

common/miscell/dt, FJ2, Ae, F, FNull, Long0, pi

```

R = dsqrt(X*X + Y*Y + Z*Z)
Ra = datan(y/x)
if (Y.LT.0) go to 1910
if (X.GT.0) go to 1950
Ra = Ra + pi
go to 1950
1910 if (X.GT.0) go to 1940
Ra = Ra + pi
go to 1950
1940 Ra = Ra+2*pi
1950 Slong.= Ra - Ha - 15.04107*pi/180*t/3600
Dec = datan(Z/dsqrt(X*X + Y*Y))
Phi0 = Dec
Dphi0 = 0.
1990 Rc = Ae*dsqrt((1-(2*F-F*F))/(1-(2*F-F*F)*dcos(Phi0)*dcos(Phi0)))
Phi = datan(dtan(Phi0)/((1-f)*(1-F)))
Hs = dsqrt(R*R - Rc*Rc*(dsin(Phi-Phi0))**2) - Rc*dcos(Phi-Phi0)
Dphi=dasin(Hs*dsin(phi-phi0)/R)
Phi0 = Dec - dphi
if (abs(Dphi-dphi0).LT.1.E-6) go to 2070
Dphi0 = Dphi
go to 1990
2070 continue
return
end

```

부록 2. 위성의 고도 해석 S/W

```
C -----
C   HEIGHT ANALYSIS
C
C   If a least squares fit is done on the obtained data,
C   the height, maximum elevation, period, and time of
C   closest approach can be found.
C -----
C
C   IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C   COMMON /CONST/ C,FTX,AE
C   DIMENSION AA(16,4),TAA(4,16),DN(16),
C   *       HOUR(16),MINUTE(16),SECOND(16),T(16),RHODOT(16),
C   *       D(16),DELD(16),DELTA(4),RR(16,16),
C   *       TRR(4,16),TRA(4,4),W(4,16),RRINV(16,16),
C   *       TRAINV(4,4)
C   DATA EL,P,H /82.0,111.95,1316.32/
C
C -----
C   OPEN(1,FILE='INV.DAT')
C -----
C
C   DO 1 I=1,16
C   1   READ(1,*) HOUR(I),MINUTE(I),SECOND(I),RHODOT(I)
C
C
C   CONSTANT
C
C
```

```

RND=57.29577952
C=2.99792459E+5
FTX=4.35168E+8
CSU=7.9053644
AE=6378.14
NUMBER=16
NUM=NUMBER
MID=INT(NUMBER/2)
EPS=1.
STP=1./20.
PI=4.0*DATAN(1.0)
T1=EL/RND
T2=AE+H

C
C -----
      OPEN(12, FILE='HEIGHT.DAT' )
C -----
C

      BETA=AE*(DCOS(T1)*DCOS(T1))/T2
      BETA=BETA+DSIN(T1)*DSQRT(1.-(AE*DCOS(T1)/(T2))**2)
      BETA=DACOS(BETA)
      PRINT*, 'Beta =', BETA
      DO 10 I=1, NUMBER
            D(I)=-FTX*RHODOT(I)/C
            T(I)=HOUR(I)*60.0+MINUTE(I)+SECOND(I)/60.0
10      write(12, 239)D(I)
239  format('DOPPER SHIFT=', F12.4, 'Hertz')
      T0=T(MID+1)
      ITER=0
      DO 15 I=1, NUMBER
            DO 15 J=1, NUMBER
                  IF(I.EQ.J) THEN
                        RR(I, J)=800*800

```

```

                ELSE
                    RR(I, J)=0.0
                ENDIF
15  CONTINUE
C
C
11  WRITE(12, *)
    WRITE(12, 221)
221  FORMAT(5X, 'Dobs', 9X, 'Dcal', 9X, 'Del-D', 8X, 'T0')
C -----
C  subroutine DOPPLER
C  send : BETA, P, H, TO, T ; get : DD0
C -----
    SUM=0.0
    DO 20 I=1, NUMBER
        CALL DOPPLER(BETA, P, H, TO, T(I), DD0)
        CALL DOPPLER(BETA+BETA*10. *STP, P, H, TO, T(I), DD1)
        AA(I, 1)=(DD1-DD0)/(BETA*10. *STP)
        TAA(1, I)=AA(I, 1)
        CALL DOPPLER(BETA, P+P*STP, H, TO, T(I), DD2)
        AA(I, 2)=(DD2-DD0)/(P*STP)
        TAA(2, I)=AA(I, 2)
        CALL DOPPLER(BETA, P, H+H*STP, TO, T(I), DD3)
        AA(I, 3)=(DD3-DD0)/(H*STP)
        TAA(3, I)=AA(I, 3)
        CALL DOPPLER(BETA, P, H, TO+TO*STP, T(I), DD4)
        AA(I, 4)=(DD4-DD0)/(TO*STP)
        TAA(4, I)=AA(I, 4)
        DELD(I)=D(I)-DD0
        SUM=SUM+DELD(I)
20  WRITE (12, 119) d(i), dd0, deld(i), t0
    WRITE(12, *) ' sum =', SUM
119  FORMAT(4F12.4)

```

```

        WRITE(12,*)
        WRITE(12,148)
148   FORMAT(5X,'DA11',9X,'DA12',9X,'DA13',8X,'DA14')
        WRITE(12,119) ( AA(I,1),AA(I,2),AA(I,3),AA(I,4),I=1,16)
C -----
C  subroutine MAIN1
C  send matrix : RR(N,N),IN(=N) ; get matrix : RRINV(N,N)
C  matrix RRINV(N,N) : inverse matrix of RR(N,N)
C -----
        IN=16
C -----
        CALL MAIN1(RR, IN, RRINV)
C -----
        DO 30 I=1,4
            DO 30 K=1,NUMBER
                T3=0.
                DO 30 J=1,NUMBER
                    T3=T3+TAA(I,J)*RRINV(J,K)
30          TRR(I,K)=T3
C
        DO 35 I=1,4
            DO 35 K=1,4
                T35=0.
                DO 35 J=1,NUMBER
                    T35=T35+TRR(I,J)*AA(J,K)
35          TRA(I,K)=T35
C -----
C  subroutine MAIN1
C  send matrix : ATA(N,N),IN(=N) ; get matrix : ATAINV(N,N)
C  matrix ATAINV(N,N) : inverse matrix of ATA(N,N)
C -----
        IN=4
C -----

```

```

CALL MAIN1(TRA, IN, TRAINV)
C -----
DO 40 I=1, 4
    DO 40 K=1, NUMBER
        T4=0.
        DO 40 J=1, 4
            T4=T4+TRAINV(I, J)*TRR(J, K)
40        W(I, K)=T4
DO 50 I=1, 4
    DO 50 K=1, 1
        T5=0.
        DO 50 J=1, NUMBER
            T5=T5+W(I, J)*DELD(J)
50        DELTA(I)=T5
C
DELBETA=DELTA(1)
DELBETA=DELBETA-DINT(DELBETA/(2.*PI))*2.*PI
DELP=DELTA(2)
DELH=DELTA(3)
DELTO=DELTA(4)
SDELTA=0.0
C
DO 238 I=1, 16
    SDELTA=SDELTA+AA(I, 1)*DELBETA+AA(I, 2)*DELP+AA(I, 3)*DELH
    &        +AA(I, 4)*DELTO
238    SDELTA=SDELTA-DELD(I)
    WRITE (12, 237) SDELTA
237    FORMAT('S_Delta=', F12.4)
    ITER=ITER+1
    WRITE(12, 228) iter
228    FORMAT('Iteration =', I3)
    WRITE(12, 227) delbeta, delp, delh
227    FORMAT('Delbeta =', F12.4, 2X, 'Delp =', F12.4, 2X, 'Delh=', F12.4)

```

```

WRITE(12,226) delt0
226 FORMAT( 'Delt0 =',F12.4)
C
DO 60 I=1,NUMBER
    DN(I)=DELD(I)+AA(I,1)*DELBETA+AA(I,2)*DELP+AA(I,3)*DELH
&      +AA(I,4)*DELTO
60  WRITE(12,135) I,DN(I)
135 FORMAT('D( ',I2,' ) =',F12.4,'Hz')
DO 70 I=1,NUMBER
    DO 70 J=1,NUMBER
        IF(I.EQ.J) THEN
            RR(I,J)=DN(I)*DN(K)
        ELSE
            RR(I,J)=0.
        ENDIF
70  CONTINUE
    BETA=BETA+DELBETA
    BETA=BETA-DINT(BETA/(2.*PI))*2.*PI
    P=P+DELP
    H=H+DELH
    T0=T0+DELTO
C
WRITE(12,225)BETA*RND
225 FORMAT( 'Beta =',F12.4)
WRITE(12,224)P
224 FORMAT( 'P =',F12.4)
WRITE(12,223)H
223 FORMAT( 'H =',F12.4)
WRITE(12,222)T0
222 FORMAT( 'T0 =',F12.4)
C
IF(ABS(DELBETA).GT.EPS/10.OR.ABS(DELP).GT.EPS.OR.
&  ABS(DELH).GT.EPS*10) GOTO 11

```

```

C
  STOP
  END
C -----
  SUBROUTINE DOPPLER(BETA, P, H, TO, T, DD)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
  COMMON /CONST/C, FTX, AE
C -----
  PI=4.0*DATAN(1.0/DO)
  DD=-2.*PI*FTX*AE*(AE+H)*DCOS(BETA)
  & *DSIN(2.*PI*(T-TO)/P)/(C*P*60.)
  DD=DD/DSQRT(2.*AE*(AE+H)
  &(1-DCOS(BETA)*DCOS(2.*PI*(T-TO)/P))+H*H)
C
  RETURN
  END
C -----
  SUBROUTINE MAIN1(DCM, IN, DCMINV)
  PARAMETER (L=16)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
  DIMENSION DCM(L, L), DCMINV(L, L), WT(L, L), WP(L, L), B(L), Y(L), A(L, L),
  *          IP(L)
C
  N=IN
  DO 19 I=1, N
    DO 19 J=1, N
      WP(I, J)=DCM(I, J)
19      WT(I, J)=0.0
C -----
C subroutine GAUSS
C send matrix : WT(N,N),DCM(N,N),N : get matrix : IP(N)
C -----
  CALL GAUSS(WT,DCM,N,IP)

```

```

C -----
C
  DO 35 I=1,N
    DO 36 J=1,N
      IF (I.EQ.J) THEN
        B(J) = 1.0
      ELSE
        B(J) = 0.0
      ENDIF
36    CONTINUE
C -----
C subroutine BACK
C send matrix : WT(N,N),DCM(N,N),B(N),IP(N),N : get matrix : Y(N)
C -----
  CALL BACK(WT,DCM,B,IP,N,Y)
C -----
  DO 35 K=1,N
    DCMINV(K,I)=Y(K)
35  CONTINUE
  DO 45 I=1,N
    DO 45 K=1,N
      TTT = 0.0
      DO 45 J=1,N
        TTT = TTT + WP(I,J)*DCMINV(J,K)
        A(I,K) = TTT
        IF (ABS(A(I,K)).LT.1.0E-05) THEN
          A(I,K) = 0.0D0
        ENDIF
45    CONTINUE
C
  WRITE (12,119)
119  FORMAT(' Initial matrix*Inverse matrix')
  DO 122 K=1,N

```

```

                WRITE(*, 202) (A(K, JJ), JJ=1, N)
                WRITE(12, 202) (A(K, JJ), JJ=1, N)
202          FORMAT(20F4.1)
122          CONTINUE
C
          RETURN
          END
C -----
          SUBROUTINE GAUSS(WT, DCM, IN, IP)
          IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
          PARAMETER (L=16)
          DIMENSION IP(L), DD(L), WT(L, L), DCM(L, L)
C -----
          N=IN
          DO 1 I=1, N
1          IP(I) = I
C
          DO 22 I=1, N
            DD(I) = 0.0
            DO 22 J=1, N
              IF (ABS(DCM(I, J)).GT.DD(I)) THEN
                DD(I) = ABS(DCM(I, J))
              ENDIF
22          CONTINUE
C
          DO 10 K=1, N-1
            LO = 0
            DT = ABS(DCM(K, K))/DD(K)
            DO 20 M=K, N
              WM = ABS(DCM(M, K))/DD(M)
              IF (WM.GT.DT) THEN
                DT = WM
                MX = M
            20          CONTINUE
          10          CONTINUE

```

```

        ELSE IF (WM.EQ.0.0) THEN
            LO = LO + 1
        ELSE
            GOTO 15
        ENDIF
20    CONTINUE
        IF (LO.EQ.N-K+1) THEN
            WRITE(12,*) 'NOT INVERTIBLE MATRIX(1)'
            STOP
        ENDIF
        DO 30 I=1,N
            TEMP = DCM(MX, I)
            DCM(MX, I) = DCM(K, I)
30    DCM(K, I) = TEMP
        TT = IP(MX)
        IP(MX) = IP(K)
        IP(K) = TT
15    DO 40 I=K+1,N
            TT=DCM(I,K)/DCM(K,K)
            WT(I,K)=TT
            DO 50 J=K+1,N
50    DCM(I, J)=DCM(I, J)-TT*DCM(K, J)
40    CONTINUE
10    CONTINUE
C
        IF (DCM(N,N).EQ.0.0) THEN
            WRITE (12,77)
77    FORMAT(' NOT INVERTIBLE MATRIX(2)')
            STOP
        ENDIF
C
        RETURN
        END

```

```

C -----
SUBROUTINE BACK(WT, DCM, B, IP, IN, Y)
PARAMETER (L=16)
IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
DIMENSION B(L), Y(L), IP(L), WT(L, L), DCM(L, L)
C -----
N=IN
DO 10 I=1, N
    Z = 0.0
    DO 11 J=1, I-1
11        Z=Z+WT(I, J)*Y(J)
10        Y(I)=B(IP(I))-Z
DO 20 K=N, 1, -1
    ZZ=0.0
    DO 21 LL=K+1, N
21        ZZ=ZZ+(DCM(K, LL)*Y(LL))
20        Y(K)=(Y(K)-ZZ)/DCM(K, K)
C
RETURN
END

```


부록 3. 시선속도를 이용한 궤도요소 산출 S/W

```

10  ! -----
11  ! PROGRAM
12  ! DIFFERENTIAL CORRECTION UTILIZING TIME and RANGE RATE DATA
13  ! NUMERICAL DIFFERENTIAL CORRECTION
14  ! FOR 16 TIME-RHODOT OBSERVATION DATA
15  ! -----
16  ! INPUT-Time,Range_rate(I)
17  ! OUPUT-Six orbital elements and radius and velocity vectors
18  ! -----
19  PRINT "PROGRAM NDC_16k_rate"
20  LIST 270,300
21  PRINT "NUMERICAL DIFFERENTIAL CORRECTION PROCESS"
22  OPTION BASE 1
23  DIM Hour(23),Minute(23),Second(23),T(23)
24  DIM Rhodot(23),Lst(23),Rx(23),Ry(23),Rz(23),Rxdot(23),Rydot(23),Rzdot(23)
25  DIM N_md(16,6),T_md(6,16)
26  DIM Ladrhodot(6),Dn(16),Rr(16,16),Rr_inv(16,16),Trr(6,16),Tra(6,6),Tra_inv
(6,6),W(6,16)
27  DIM Del_rhodot(16),Delta(16)
28  COM K,Mu,F,Dth,G1,G2,Jd,Clat,Elong,Gst
29  COM Jd_epoch,Rev
30  RAD
31  !
32  ! -----
33  ! INPUT DATA
34  !
35  DATA 1992,12,9           ! YEAR,MONTH,DAY
36  ! INITIAL ORBIT BY GAUSS METHOD
37  DATA 1992,12,8.55100082 ! EPOCH_Time(U.T.)

```

```

290 DATA 7694.48,0.001362,231.2621,12.86274331,EA,ECCENTRICITY,ARG. OF PERIGEE
>REV
300 DATA 3.323000,66.0799,129.718100 ! R.A. OF ASCENDING NODE,INCLIN
ACTION,MEAN ANOMALY
310 DATA 11,42,0,-5.6610 ! 1st
320 DATA 11,43,0,-5.5599 ! 2nd
330 DATA 11,44,0,-5.3993 ! 3rd
340 DATA 11,45,0,-5.1493 ! 4th
350 DATA 11,46,0,-4.7604 ! 5th
360 DATA 11,47,0,-4.1545 ! 6th
370 DATA 11,48,0,-3.2236 ! 7th
380 DATA 11,49,0,-1.8772 ! MID OBS.(12th)
390 DATA 11,50,0,-0.1797 ! 9th
400 DATA 11,51,0,+1.5572 ! 10th
410 DATA 11,52,0,+2.9848 ! 11th
420 DATA 11,53,0,+3.9911 ! 12th
430 DATA 11,54,0,+4.6499 ! 13th
440 DATA 11,55,0,+5.0721 ! 14th
450 DATA 11,56,0,+5.3425 ! 15th
460 DATA 11,57,0,+5.5155 ! 16th
540 ! -----
550 !
560 ! CONSTANTS
561 Rnd=57.29577952
570 K=.07436680
580 Mu=1
590 F=1/299.152813
600 Dt=.25068447
610 Dth=4.3752695E-3
620 Glat=37.3983/Rnd
630 Elong=126.94306/Rnd
640 H=9.11E-6
650 Er=6377.3971
660 Csu=7.9053644
670 Ae=6378.14
680 Number=16
681 Num=Number
! GAUSSIAN GRAVITATIONAL CONSTANT(IAU;1977)
! EARTH FLATTENING(BESSEL)
! Dst/Dt;(deg/min)
! DST/DT;(RAD/MIN)
! GEODETIC LATITUDE OF RRL
! EAST LONGITUDE OF RRL
! HEIGHT OF RRL
! EARTH RADIUS IN KM(BESSEL)
! CIRCULAR SATELLITE UNIT IN KM(S(IAU;1977)
! EARTH RADIUS IN KM(IAU;1977)
! NUMBER OF DATA PAIRS

```

```

690 Mid=INT(Number/2) ! MIDDLE POINT
700 Ips=1.0E-4 ! IPSILON
710 !
720 Stp=1/20 ! VALUE OF DELTA XI
730 !
740 READ Year,Month,Day ! TRACKING YEAR,MONTH,DAY
741 READ Epoch_y,Epoch_m,Epoch_d
750 READ A,Ecc,Ap,Rev,On,Oi,Am MID-POINT OSCULATING ELEMENTS(FOR 4
TH)
751 A=A/Ae
753 Ap=Ap/Rnd
754 On=On/Rnd
755 Oi=Oi/Rnd
756 Am=Am/Rnd
757 Ec=Ecc*COS(Ap)
758 Es=Ecc*SIN(Ap)
760 !
770 Jd=367*Year-INT(7*(Year+INT((Month+9)/12))/4)+INT(275*Month/9)+Day+1721013
.5
780 Tu=(Jd-2415020.0)/36525
781 Jd_epoch=367*Epoch_y-INT(7*(Epoch_y+INT((Epoch_m+9)/12))/4)+INT(275*epoch_
m/9)
782 Jd_epoch=Jd_epoch+Epoch_d+1721013.5
790 Gst=99.6909833+36000.7689*Tu+.00038708*Tu*Tu ! GREENWICH SIDEREAL TIME
791 Gst=Gst/Rnd
800 Gst=Gst-INT(Gst/(2.*PI))*2.*PI
810 G=1/SQR(1-(2*F-F*F)*SIN(Glat)*SIN(Glat))
820 G1=G+H
830 G2=G*(1-F)*(1-F)+H
840 !
850 FOR I=1 TO Number
860 READ Hour(I),Minute(I),Second(I),Rhodot(I) ! IN CSU UNIT
880 Rhodot(I)=Rhodot(I)/Csu
890 T(I)=Hour(I)*60+Minute(I)+Second(I)/60
900 !PRINT "RHODOT=";Rhodot(I)
910 Dn(I)=.5

```

```

1033 NEXT I
1040 FOR I=I TO Number
1050 FOR J=I TO Number
1051 IF I=J THEN GOTO 1060
1052 Rr(I,J)=0.
1053 GOTO 1070
1060 Rr(I,J)=Dn(I)*Dj(J)
1070 NEXT J
1080 NEXT I
1158 I
1160 ! ITERATION POINT
1161 I
1690 FOR I=1 TO Number
1695 CALL Orbit(A,Ec,Es,On,Oi,Am,T(I),Rrate)
1710 CALL Orbit(A+AxStp,Ec,Es,On,Oi,Am,T(I),Rrate1)
1740 N_md(I,1)=(Rrate1-Rrate)/(AxStp)
1745 CALL Orbit(A,Ec+Ec*Stp,Es,On,Oi,Am,T(I),Rrate2)
1760 N_md(I,2)=(Rrate2-Rrate)/(Ec*Stp)
1780 CALL Orbit(A,Ec,Es+Es*Stp,On,Oi,Am,T(I),Rrate3)
1790 N_md(I,3)=(Rrate3-Rrate)/(Es*Stp)
1800 CALL Orbit(A,Ec,Es,On+On*Stp,Oi,Am,T(I),Rrate4)
1810 N_md(I,4)=(Rrate4-Rrate)/(On*Stp)
1890 CALL Orbit(A,Ec,Es,On,Oi+Oi*Stp,Am,T(I),Rrate5)
1900 N_md(I,5)=(Rrate5-Rrate)/(Oi*Stp)
1910 CALL Orbit(A,Ec,Es,On,Oi,Am+Am*Stp,T(I),Rrate6)
1920 N_md(I,6)=(Rrate6-Rrate)/(Am*Stp)
1992 !PRINT N_md(I,1),N_md(I,2),N_md(I,3)
1993 !PRINT N_md(I,4),N_md(I,5),N_md(I,6)
1994 Del_rhodot(I)=Rhodot(I)-Rrate
1995 PRINT "Del_Rdot=";Del_rhodot(I),Rhodot(I),Rrate
2000 NEXT I
2010 I
2020 I
2021 MAT Rr_inv= INV(Rr)
2030 MAT T_md= TRN(N_md) ! TRANSPOSE
2031 MAT Trr= T_md*Rr_inv
2032 MAT Tra= Trr*N_md

```

```

2033 MAT Tra_inv= INV(Tra)
2034 MAT W= Tra_inv*Tr
2035 MAT Delta= W*Del_rhodot
2080 !
2090 Del_a=Delta(1)
2100 Del_ec=Delta(2)
2110 Del_es=Delta(3)
2120 Del_om=Delta(4)
2130 Del_oi=Delta(5)
2140 Del_am=Delta(6)
2150 !
2160 Iter=Iter+1
2170 PRINT "ITERATION=";Iter
2180 PRINT "DEL_A=";Del_axer, "DEL_EC=";Del_ec, "DEL_ES=";Del_es
2190 PRINT "DEL_OM=";Del_om*Rnd, "DEL_OI=";Del_oi*Rnd, "DEL_AM=";Del_am*Rnd
2200 !
2201 FOR I=1 TO Number
2202 Dn(I)=N_md(I,1)*Del_a+N_md(I,2)*Del_ec+N_md(I,3)*Del_es+N_md(I,4)*Del_om+N
    md(I,5)*Del_oi
2203 Dn(I)=Dn(I)+N_md(I,6)*Del_am+Del_rhodot(I)
2204 PRINT "Dn(I)=";Dn(I)
2206 NEXT I
2210 A=A+Del_a
2220 Ec=Ec+Del_ec
2230 Es=Es+Del_es
2240 On=On+Del_on
2250 Oi=Oi+Del_oi
2260 Am=Am+Del_am
2270 !
2280 PRINT "A=";Axer
2290 PRINT "EC=";Ec
2300 PRINT "ES=";Es
2310 PRINT "ON=";On*Rnd
2320 PRINT "OI=";Oi*Rnd
2330 PRINT "AM=";Am*Rnd
2340 PRINT
2350 PRINT

```

```

2360 ! CONVERGE?
2370 IF ABS(Del_a)<Ips OR ABS(Del_on)<Ips OR ABS(Del_oi)<Ips OR ABS(Del_am)<Ips
THEN
GOTO 2400
2380 !
2390 GOTO 1160
2400 !
2550 END
2560 !
2570 !
2590 SUB Orbit(A, Ec, Es, On, Di, Am, T, Rrate)
2600 COM K, Mu, F, Dth, G1, G2, Jd, Glat, Elong, Gst
2601 COM Jd_epoch, Rev
2610 RAD
2611 Amm=Am+(Jd+T/(60*24)-Jd_epoch)*Rev*2.*PI
2612 Amm=Amm-INT(Amm/(2.*PI))*2.*PI
2620 Lst=Gst+Dth*T+Elong
2630 Lst=Lst-INT(Lst/(2.*PI))*2.*PI
2640 Rx=-G1*COS(Glat)*COS(Lst)
2650 Ry=-G1*COS(Glat)*SIN(Lst)
2660 Rz=-G2*SIN(Glat)
2670 Rxdot=-Ry*Dth/K
2680 Rydot=+Rx*Dth/K
2690 Rzdot=0
2700 Ecc=SQR(Ec*Ec+Es*Es)
2710 Ap=ATN(Es/Ec)
2720 IF Es<0 THEN GOTO 2760
2730 IF Ec>0 THEN GOTO 2800
2740 Ap=Ap+PI
2750 GOTO 2800
2760 IF Ec<0 THEN GOTO 2790
2770 Ap=Ap+2.*PI
2780 GOTO 2800
2790 Ap=Ap+PI
2800 E0=Amm
2810 E1=E0-(E0-Ecc*SIN(E0)-Amm)/(1-Ecc*COS(E0))
2820 IF ABS(E1-E0)<1.0E-6 THEN GOTO 2850
2830 E0=E1

```

```

2840      GOTO 2810
2850      Px=cos(On)*cos(Ap)-sin(On)*sin(Ap)*cos(Oi)
2860      Py=sin(On)*cos(Ap)+cos(On)*sin(Ap)*cos(Oi)
2870      Pz=sin(Ap)*sin(Oi)
2880      Qx=-cos(On)*sin(Ap)-sin(On)*cos(Ap)*cos(Oi)
2890      Qy=-sin(On)*sin(Ap)+cos(On)*cos(Ap)*cos(Oi)
2900      Qz=cos(Ap)*sin(Oi)
2903      R=A*SQR(1-Ecc*Ecc)
2910      X=A*Px*(cos(E1)-Ecc)+B*Qx*SIN(E1)
2915      Y=A*Py*(cos(E1)-Ecc)+B*Qy*SIN(E1)
2918      Z=A*Pz*(cos(E1)-Ecc)+B*Qz*SIN(E1)
2919      R=SQR(X*X+Y*Y+Z*Z)
2921      Vx=(B*Qx*cos(E1)-A*Px*SIN(E1))/(R*SQR(A))
2925      Vy=(B*Qy*cos(E1)-A*Py*SIN(E1))/(R*SQR(A))
2930      Vz=(P*Qz*cos(E1)-A*Pz*SIN(E1))/(R*SQR(A))
2935      RhoX=Rx+X
2936      RhoY=Ry+Y
2937      RhoZ=Rz+Z
2940      Rho=SQR(RhoX^2+RhoY^2+RhoZ^2)
2950      Rhodot=X*Vx+Y*Vy+Z*Vz+X*Rxdot+Y*Rydot+Vz*Rx+Y*Rydot+Vz*Rx
2960      Rrate=Rhodot/Rho
2970      !PRINT "Rrate=";Rrate,"Rho=";Rho
2990      SUBEND

```


부록 4. 2개의 각과 시선속도를 이용한 궤도요소 산출 S/W

```

10 !-----
11 ! PROGRAM
12 ! DIFFERENTIAL CORRECTION UTILIZING AZIMUTH,ELEVATION, and RANGE RATE DATA
13 ! NUMERICAL DIFFERENTIAL CORRECTION
14 ! FOR 16 AZIM-ELEV-RHODOT OBSERVATION DATA
15 !-----
16 ! INPUT-Time,Azimuth(t),Elevation(t)
17 ! OUPUT-Six orbital elements and radius and velocity vectors
18 !-----
19 PRINT "PROGRAM NDC_16AERRate"
20 LIST 270,300
21 PRINT "NUMERICAL DIFFERENTIAL CORRECTION PROCESS"
22 OPTION BASE 1
23 DIM Hour(23),Minute(23),Second(23),T(23),Azim(23),Elev(23),Ra(23),Dec(23)
24 DIM X(23),Y(23),Z(23),Vx(23),Vy(23),Vz(23)
25 DIM Rhodot(23),Lst(23),Rx(23),Ry(23),Rz(23),Rxdot(23),Rydot(23),Rzdot(23)
26 DIM Lx(23),Ly(23),Lz(23),Lxdot(23),Lydot(23),Lzdot(23),N_md(23,6),T_md(6,2
27 3)
28 DIM Dcm(6,6),Dcm_inv(6,6),Ladrhodot(6)
29 DIM Del_rhodot(23),Delta(23)
30 COM K,Mu,F,Dt,G1,G2,Jd,Glat,Elong
31 DEG
32 !-----
33 ! INPUT DATA
34 DATA 1992,12,9 ! YEAR,MONTH,DAY
35 ! INITIAL ORBIT BY GAUSS_METHOD
36 DATA +0.9365949,+0.3270885,+0.6892254 ! OSCULATING POSITION COMPONENTS
37 (MID.OBS.)
38 DATA -0.573666,+0.275132,+0.649565 ! OSCULATING VELOCITY COMPONENTS
39 (MID.OBS.)
40 DATA 11,42,0,210.437,+10.185,-5.6610 ! 1st
41 DATA 11,43,0,210.987,+14.656,-5.5599 ! 2nd
42 DATA 11,44,0,211.681,+19.852,-5.3993 ! 3rd
43 DATA 11,45,0,212.599,+26.044,-5.1493 ! 4th
44 DATA 11,46,0,213.899,+33.616,-4.7604 ! 5th

```

```

360 DATA 11,47,0,215.934,+43.083,-4.1545 ! 6th
370 DATA 11,48,0,219.707,+54.985,-3.2236 ! 7th
380 DATA 11,49,0,229.451,+69.371,-1.8772 ! MID OBS.(12th)
390 DATA 11,50,0,284.188,+82.158,-0.1797 ! 9th
400 DATA 11,51,0,3.278,+72.727,+1.5572 ! 10th
410 DATA 11,52,0,+16.325,+58.034,+2.9848 ! 11th
420 DATA 11,53,0,20.830,+45.616,+3.9911 ! 12th
430 DATA 11,54,0,23.164,+35.711,+4.6499 ! 13th
440 DATA 11,55,0,24.640,+27.812,+5.0721 ! 14th
450 DATA 11,56,0,25.694,+21.386,+5.3425 ! 15th
460 DATA 11,57,0,26.512,+16.022,+5.5155 ! 16th
540 !-----
550 !
560 ! CONSTANTS
570 K=.07436680 ! GAUSSIAN GRAVITATIONAL CONSTANT(IAU;1977)
580 Mu=1 !
590 F=1/299.152813 ! EARTH FLATTENING(BESSEL)
600 Df=.25068447 ! Dst/Dt;(deg/min)
610 Dth=4.3752695E-3 ! DST/DT;(RAD/MIN)
620 Glat=37.3683 ! GEODETIC LATITUDE OF RRL
630 Elong=126.94306 ! EAST LONGITUDE OF RRL
640 H=9.11E-6 ! HEIGHT OF RRL
650 Er=6377.3971 ! EARTH RADIUS IN KM(BESSEL)
660 Csv=7.9053644 ! CIRCULAR SATELLITE UNIT IN KM(S(IAU;1977)
670 Ae=6378.14 ! EARTH RADIUS IN KM(IAU;1977)
680 Number=16 ! NUMBER OF DATA PAIRS
681 Num=Number
690 Mid=INT(Number/2) ! MIDDLE POINT
700 Ips=1.0E-7 ! IPSILON
710 !
720 Stp=1/100 ! VALUE OF DELTA XI
730 !
740 READ Year,Month,Day ! TRACKING YEAR,MONTH,DAY
750 READ X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0 ! MID-POINT OSCULATING ELEMENTS(FOR 4TH)
760 !
770 Jd=367*Year-INT(7*(Year+INT((Month+9)/12))/4)+INT(275*Month/9)+Day+1721013

```

```

780 Tu=(Jd-2415020.0)/36525
790 Gst=99.6909833+36000.7689*Tu+.00038708*Tu*Tu ! GREENWICH SIDEREAL TIME
800 Gst=Gst-INT(Gst/360)*360
810 G=1/SQR(1-(2*F-F*F)*SIN(Glat)*SIN(Glat))
820 G1=G+H
830 G2=G*(1-F)*(1-F)+H
840 !
850 FOR I=1 TO Number
860 READ Hour(I),Minute(I),Second(I),Azim(I),Elev(I),Rhodot(I)
880 Rhodot(I)=Rhodot(I)/Csu ! IN CSU UNIT
890 T(I)=Hour(I)*60+Minute(I)+Second(I)/60 ! LOCAL SIDEREAL TIME
900 Lst(I)=Gst+Dth*(T(I)-0)+Elong
910 Lst(I)=Lst(I)-INT(Lst(I)/360)*360
920 Rx(I)=-G1*COS(Glat)*COS(Lst(I))
930 Ry(I)=-G1*COS(Glat)*SIN(Lst(I))
940 Rz(I)=-G2*SIN(Glat)
941 !
942 Rxdot(I)=-Ry(I)*Dth/K
943 Rydot(I)=Rx(I)*Dth/K
944 Rzdot(I)=0
950 !
961 !
970 CALL Aetord(Azim(I),Elev(I),T(I),Ra(I),Dec(I))
1000 !
1010 Lx(I)=COS(Dec(I))*COS(Ra(I))
1020 Ly(I)=COS(Dec(I))*SIN(Ra(I))
1030 Lz(I)=SIN(Dec(I))
1031 !
1033 NEXT I
1034 FOR I=2 TO Number-1
1035 Lxdott=-T(I+1)-T(I)^2*Lx(I-1)+((T(I+1)-T(I))^2-(T(I)-T(I-1))^2)*Lx(I)
1036 Lxdott=Lxdott+(T(I)-T(I-1))^2*Lx(I+1)
1037 Lxdot(I)=Lxdott/(T(I)-T(I-1))*(T(I+1)-T(I))*(T(I+1)-T(I-1))*K)
1038 Lydott=-T(I+1)-T(I)^2*Ly(I-1)+((T(I+1)-T(I))^2-(T(I)-T(I-1))^2)*Ly(I)
1039 Lydott=Lydott+(T(I)-T(I-1))^2*Ly(I+1)
1040 Lydot(I)=Lydott/(T(I)-T(I-1))*(T(I+1)-T(I))*(T(I+1)-T(I-1))*K)
1041 Lzdott=-T(I+1)-T(I)^2*Lz(I-1)+((T(I+1)-T(I))^2-(T(I)-T(I-1))^2)*Lz(I)

```

```

1042 Lzdot1=Lzdot+(T(I)-T(I-1))^(2*Lz(I+1))
1043 Lzdot(I)=Lzdot/((T(I)-T(I-1))*T(I+1)-T(I))*T(I-1))*(K)
1044 PRINT "LzDot=";Lzdot(I);Lydot(I),"LzDot=";Lzdot(I)
1129 !
1130 NEXT I
1131 Lxdot1=(2*T(1)-T(2)-T(3))*Lx(1)/((T(1)-T(2))*T(1)-T(3))
1132 Lxdot2=(T(1)-T(3))*Lx(2)/((T(2)-T(1))*T(2)-T(3))
1133 Lxdot3=(T(1)-T(2))*Lx(3)/((T(3)-T(2))*T(3)-T(1))
1134 Lxdot1)=(Lxdot1+Lxdot2+Lxdot3)/K
1135 Lydot1=(2*T(1)-T(2)-T(3))*Ly(1)/((T(1)-T(2))*T(1)-T(3))
1136 Lydot2=(T(1)-T(3))*Ly(2)/((T(2)-T(1))*T(2)-T(3))
1137 Lydot3=(T(1)-T(2))*Ly(3)/((T(3)-T(2))*T(3)-T(1))
1138 Lydot1)=(Lydot1+Lydot2+Lydot3)/K
1139 Lzdot1=(2*T(1)-T(2)-T(3))*Lz(1)/((T(1)-T(2))*T(1)-T(3))
1140 Lzdot2=(T(1)-T(2))*Lz(2)/((T(2)-T(1))*T(2)-T(3))
1141 Lzdot3=(T(1)-T(2))*Lz(3)/((T(3)-T(2))*T(3)-T(1))
1142 Lzdot1)=(Lzdot1+Lzdot2+Lzdot3)/K
1143 Lxdot1=(T(Num)-T(Num-1))*Lx(Num-2)/((T(Num-2)-T(Num-1))*T(Num-2)-T(Num))
)
1144 Lxdot2=(T(Num)-T(Num-2))*Lx(Num-1)/((T(Num-1)-T(Num-2))*T(Num-1)-T(Num))
)
1145 Lxdot3=(2*T(Num)-T(Num-2)-T(Num-1))*Lx(Num)/((T(Num)-T(Num-1))*T(Num)-T(
Num-2))
1146 Lxdot(Num)=(Lxdot1+Lxdot2+Lxdot3)/K
1147 Lydot1=(T(Num)-T(Num-1))*Ly(Num-2)/((T(Num-2)-T(Num-1))*T(Num-2)-T(Num))
)
1148 Lydot2=(T(Num)-T(Num-2))*Ly(Num-1)/((T(Num-1)-T(Num-2))*T(Num-1)-T(Num))
)
1149 Lydot3=(2*T(Num)-T(Num-2)-T(Num-1))*Ly(Num)/((T(Num)-T(Num-1))*T(Num)-T(
Num-2))
1150 Lydot(Num)=(Lydot1+Lydot2+Lydot3)/K
1151 Lzdot1=(T(Num)-T(Num-1))*Lz(Num-2)/((T(Num-2)-T(Num-1))*T(Num-2)-T(Num))
)
1152 Lzdot2=(T(Num)-T(Num-2))*Lz(Num-1)/((T(Num-1)-T(Num-2))*T(Num-1)-T(Num))
)
1153 Lzdot3=(2*T(Num)-T(Num-2)-T(Num-1))*Lz(Num)/((T(Num)-T(Num-1))*T(Num)-T(
Num-2))

```

```

1154 Lzdot(Num)=(Lzdot+1+Lzdot+2+Lzdot+3)/K
1158 I
1160 ! ITERATION POINT
1161 !
1162 FOR I=1 TO Number
1163 CALL Fandg(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,T(Mid),T(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,Vzi)
1164 Rhox_c=Rx(I)+Xi
1165 Rhox_c=Ry(I)+Yi
1166 Rhox_c=Rz(I)+Zi
1167 Rho_c=SQR(Rhox_c*Rhox_c+Rhox_c*Rhox_c+Rhoz_c*Rhoz_c)
1168 !
1169 Rhodot_c=Xi*Vxi+Yi*Vyi+Zi*Vzi+Xi*Rxdot(I)+Yi*Rydot(I)+Vxi*Rx(I)+Vyi*Ry(I)+
Zi*Rzdot(I)
1170 Rhodot_c=(Rhodot_c+Vzi*Rz(I))/(Rho_c)
1176 Del_rhodot(I)=Rhodot(I)-Rhodot_c
1177 PRINT "Del_RHODOT=";Del_rhodot(I)
1178 NEXT I
1210 !
1690 FOR I=1 TO Number
1695 CALL Fandg(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,T(Mid),T(I),X(I),Y(I),Z(I),Vx(I),Vy(I),Vz(
I))
1700 CALL Fandg(X0+X0*Stp,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,T(Mid),T(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,Vzi)
1740 N_md(I,1)=Lx(I)*(Vxi-Vx(I))+Ly(I)*(Vyi-Vy(I))+Lz(I)*(Vzi-Vz(I))+Lxdot(I)*
Xi-X(I)
1741 N_md(I,1)=(N_md(I,1)+Lydot(I)*(Yi-Y(I))+Lzdot(I)*(Zi-Z(I)))/(X0*Stp)
1742 !PRINT Lx(I),(Vxi-Vx(I)),Ly(I),(Vyi-Vy(I)),Lz(I),(Vzi-Vz(I)),Lxdot(I),(Xi-X
(I))
1750 CALL Fandg(X0,Y0+Y0*Stp,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,T(Mid),T(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,Vzi)
1760 N_md(I,2)=Lx(I)*(Vxi-Vx(I))+Ly(I)*(Vyi-Vy(I))+Lz(I)*(Vzi-Vz(I))+Lxdot(I)*
Xi-X(I)
1761 N_md(I,2)=(N_md(I,2)+Lydot(I)*(Yi-Y(I))+Lzdot(I)*(Zi-Z(I)))/(Y0*Stp)
1800 CALL Fandg(X0,Y0,Z0+Z0*Stp,Vx0,Vy0,Vz0,T(Mid),T(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,Vzi)
1810 N_md(I,3)=Lx(I)*(Vxi-Vx(I))+Ly(I)*(Vyi-Vy(I))+Lz(I)*(Vzi-Vz(I))+Lxdot(I)*
Xi-X(I)
1811 N_md(I,3)=(N_md(I,3)+Lydot(I)*(Yi-Y(I))+Lzdot(I)*(Zi-Z(I)))/(Z0*Stp)
1850 CALL Fandg(X0,Y0,Z0,Vx0+Vx0*Stp,Vy0,Vz0,T(Mid),T(I),Xi,Yi,Zi,Vxi,Vyi,Vzi)
1860 N_md(I,4)=Lx(I)*(Vxi-Vx(I))+Ly(I)*(Vyi-Vy(I))+Lz(I)*(Vzi-Vz(I))+Lxdot(I)*

```

```

X1-X(I))
1861 N_md(I,4)=(N_md(I,4)+Lydot(I)*(Y1-Y(I))+Lzdot(I)*(Z1-Z(I)))/(Vx0*Stp)
1900 CALL Fandg(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0+Vy0*Stp,Vz0,T(Mid),T(I),X1,Y1,Z1,Vx1,Vy1,Vz1)
1910 N_md(I,5)=Lx(I)*(Vx1-Vx(I))+Ly(I)*(Vy1-Vy(I))+Lz(I)*(Vz1-Vz(I))+Lxdot(I)*
X1-X(I))
1911 N_md(I,5)=(N_md(I,5)+Lydot(I)*(Y1-Y(I))+Lzdot(I)*(Z1-Z(I)))/(Vy0*Stp)
1953 CALL Fandg(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0+Vz0*Stp,T(Mid),T(I),X1,Y1,Z1,Vx1,Vy1,Vz1)
1993 N_md(I,6)=Lx(I)*(Vx1-Vx(I))+Ly(I)*(Vy1-Vy(I))+Lz(I)*(Vz1-Vz(I))+Lxdot(I)*
X1-X(I))
1991 N_md(I,6)=(N_md(I,6)+Lydot(I)*(Y1-Y(I))+Lzdot(I)*(Z1-Z(I)))/(Vz0*Stp)
1992 PRINT N_md(I,1),N_md(I,2),N_md(I,3)
1993 PRINT N_md(I,4),N_md(I,5),N_md(I,6)
2000 NEXT I
2010 !
2020 !
2030 MAT T_md= TRN(N_md) ! TRANSPOSE
2040 MAT Ladrhodot= T_md*Del_rhodot
2050 MAT Dcm= T_md*N_md
2060 MAT Dcm_inv= INV(Dcm)
2070 MAT Delta= Dcm_inv*Ladrhodot
2080 !
2090 Del_x=Delta(1)
2100 Del_y=Delta(2)
2110 Del_z=Delta(3)
2120 Del_vx=Delta(4)
2130 Del_vy=Delta(5)
2140 Del_vz=Delta(6)
2150 !
2160 Iter=Iter+1
2170 PRINT "ITERATION=";Iter
2180 PRINT "DEL_X=";Del_x*Er,"DEL_Y=";Del_y*Er,"DEL_Z=";Del_z*Er,"IN KM"
2190 PRINT "DEL_VX=";Del_vx*CsU,"DEL_VY=";Del_vy*CsU,"DEL_VZ=";Del_vz*CsU
2200 !
2210 X0=X0+Del_x
2220 Y0=Y0+Del_y
2230 Z0=Z0+Del_z
2240 Vx0=Vx0+Del_vx

```

```

2250 Vy0=Vy0+Del_vy
2260 Vz0=Vz0+Del_vz
2270 !
2280 PRINT "X=";X0*Er
2290 PRINT "Y=";Y0*Er
2300 PRINT "Z=";Z0*Er
2310 PRINT "VX=";Vx0*CsU
2320 PRINT "VY=";Vy0*CsU
2330 PRINT "VZ=";Vz0*CsU
2340 PRINT
2350 PRINT
2355 CALL Sixele(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0)
2360 ! CONVERGE?
2370* IF ABS(Del_x)<Ips AND ABS(Del_y)<Ips AND ABS(Del_z)<Ips AND ABS(Del_vx)<Ips
  s AND ABS(Del_vy)<Ips
2380 !
2390 GOTO 1160
2400 PRINT "POSITION VECTOR IN BESSEL";X0,Y0,Z0
2410 PRINT "VELOCITY VECTOR IN BESSEL";Vx0,Vy0,Vz0
2420 Ae=6378.14 ! IAU(1977)
2430 X0=X0*Er-.136
2440 Y0=Y0*Er+.521 ! BESSEL TO SAO
2450 Z0=Z0*Er+.681
2460 PRINT "DIFFERENTIALLY CORRECTED POSITION AND VELOCITY"
2470 PRINT "X0=";X0;"KM", "Y0=";Y0;"KM", "Z0=";Z0;"KM"
2480 PRINT "VX0=";Vx0*CsU;"KM/S", "VY0=";Vy0*CsU;"KM/S", "VZ0=";Vz0*CsU;"KM/S"
2490 !
2500 X0=X0/Ae
2510 Y0=Y0/Ae ! IN SAO ER UNIT
2520 Z0=Z0/Ae
2530 !
2540 CALL Sixele(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0)
2550 END
2560 !
2570 ! f and g series
2590 SUB Fandg(X0,Y0,Z0,Vx0,Vy0,Vz0,T0,T,X,Y,Z,Vx,Vy,Vz)
2600 COM K,Mu,F,Dt,G1,G2,Jd,Glat,Elong

```

```

2610 RAD
2620 R0=SQR(X0*X0+Y0*Y0+Z0*Z0)
2630 D0=(X0*Vx0+Y0*Vy0+Z0*Vz0)/Mu
2640 U0=SQR(Vx0*Vx0+Vy0*Vy0+Vz0*Vz0)
2650 A=2/R0-V0*V0/Mu
2660 A=1/A
2670 E=SQR((1-R0/A)*(1-R0/A)+D0*D0/A)
2680 F=R0*(2-R0/A)-D0*D0
2690 Q=R0-D0*D0/2
2700 Ce=1-R0/A
2710 Se=D0/SQR(A)
2720 M0=(T-T0)*K/A*.5*SQR(Mu)
2730 REM SOLVING KEPLER'S EQUATION FOR GG
2740 REM BY NEWTON-RHAPSON PROCEDURE
2750 Isp=1.E-6
2760 FOR S=.5 TO 2 STEP .5
2770 Gg=C-(G+Se*SIN(G)*SIN(G)-Ce*SIN(G)*COS(G)-.5*M0)/(1+2*Se*SIN(G)*COS(G)-Ce
*(1-3*SIN(G)*SIN(G))
2780 IF ABS(Gg-G)<1sp THEN GOTO 2850
2790 G=Gg
2800 Ii=Ii+1
2810 IF Ii>10 THEN GOTO 2830
2820 GOTO 2770
2830 Ii=0
2840 NEXT G
2850 Ee0=2*Gg
2860 C=A*(1-COS(Ee0))
2870 S=SQR(A)*SIN(Ee0)
2880 F=1-C/R0
2890 G=(R0*S+D0*C)/SQR(Mu)
2900 R=R0+(1-R0/A)*C+D0*S
2910 Fdot=-SQR(Mu)*S/(R*R0)
2920 Gdot=1-C/R
2930 X=F*x0+G*Vx0
2940 Y=F*y0+G*Vy0
2950 Z=F*z0+G*Vz0
2960 Vx=Fdot*x0+Gdot*Vx0

```

```

2970 Vy=Fdot*Y0+Gdot*Yy0
2980 Vz=Fdot*Z0+Gdot*Vz0
2990 SUBEND
3000 !
3010 ! Azimuth and Elevation to Right ascension and Declination
3020 !
3030 SUB Aetord(Azim,Elev,T,Ra,Dec)
3040 COM K,Mu,F,Dt,G1,G2,Jd,Glat,ELong
3050 DEG
3060 Tu=(Jd-2415020.0)/36525
3070 Gst=99.6909833+36000.7689*Tu+.00038708*Tu*Tu
3080 Lst=Gst+Dt*(T-0)+ELong
3090 Lxh=-COS(Azim)*COS(Elev)
3100 Lyh=SIN(Azim)*COS(Elev)
3110 Lzh=SIN(Elev)
3120 Sx=SIN(Glat)*COS(Lst)
3130 Sy=SIN(Glat)*SIN(Lst)
3140 Sz=-COS(Glat)
3150 Ex=-SIN(Lst)
3160 Ey=COS(Lst)
3170 Ez=0
3180 Zx=COS(Lst)*COS(Glat)
3190 Zy=SIN(Lst)*COS(Glat)
3200 Zz=SIN(Glat)
3210 !
3220 Lx=Sx*Lxh+Ex*Lyh+Zx*Lzh
3230 Ly=Sy*Lxh+Ey*Lyh+Zy*Lzh
3240 Lz=Sz*Lxh+Ez*Lyh+Zz*Lzh
3250 !
3260 Dec=ASN(Lz)
3270 Ra=ATN(Ly/Lx)
3280 IF Lx<0 THEN
3290   Ra=Ra+180
3300 ELSE
3310   IF Ly<0 THEN
3320     Ra=Ra+360
3330   ELSE

```

```

3340      Ra=Ra
3350      END IF
3360      END IF
3370      SUBEND
3380      !
3390      ! Six orbital elements
3400      !
3410      SUB Sixele(X,Y,Z,Vx,Vy,Vz)
3420      !
3430      ! DETERMINE SIX ORBITAL ELEMENTS
3440      !
3450      DEG
3460      K=.07436660      ! IAU(1977)
3470      Rr=SQR(X*X+Y*Y+Z*Z)
3480      Rv=SQR(Vx*Vx+Vy*Vy+Vz*Vz)
3490      Vv=(X*Vx+Y*Vy+Z*Vz)/Rr
3500      Vr=X*Vx+Y*Vy+Z*Vz
3510      Hx=Y*Vz-Z*Vy
3520      Hy=Z*Vx-X*Vz
3530      Hz=X*Vy-Y*Vx
3540      Hh=SQR(Hx*Hx+Hy*Hy+Hz*Hz)
3550      Sa=Rr/(2-Rr*Rv)
3560      PRINT "SEMI-MAJOR AXIS=";Sa;"E.R."
3570      PRINT "SEMI-MAJOR AXIS=";Sa*6378.14;"KM"
3580      Ci=Hz/Hh
3590      S1=SQR(1-Ci*Ci)
3600      Inc=ATN(S1/Ci)
3610      IF Inc<0 THEN Inc=180+Inc
3620      PRINT "INCLINATION=";Inc
3630      S1o=Hx/(Hh*S1)
3640      C1o=-Hy/(Hh*S1)
3650      PRINT "CHECK S1o^2+C1o^2=";S1o*S1o+C1o*C1o
3660      Lo=ATN(S1o/C1o)

```

```

3670 IF C1o<0 THEN
3680 Lo=Lo+180
3690 ELSE
3700 IF S1o>0 THEN
3710 Lo=Lo
3720 ELSE
3730 Lo=Lo+360
3740 END IF
3750 END IF
3760 PRINT "LONGITUDE OF ASCENDING NODE=";Lo
3770 ! SEE(ECC*SIN E), CEE(ECC*COS E)
3780 Cee=1-Rr/Sa
3790 See=Vr/SQR(Sa)
3800 E=SQR(See*See+Cee*Cee)
3810 PRINT "ECCENTRICITY=";E
3820 ! ESV(ECC*SIN V),ECV(ECC*COS V)
3830 Ecv=Hh*Hh/Rr-1
3840 Esv=Hh*Vv
3850 V=ATN(Esv/Ecv)
3860 IF Ecv<0 THEN
3870 V=V+180
3880 ELSE
3890 IF Esv>0 THEN
3900 V=V
3910 ELSE
3920 V=V+360
3930 END IF
3940 END IF
3950 PRINT "V=";V
3960 ! REM RSU(R*SIN U), RCU(R*COS U)
3970 Rcu=X*C1o+Y*S1o
3980 Rsu=Z/S1
3990 U=ATN(Rsu/RCu)
4000 IF Rcu<0 THEN
4010 U=U+180
4020 ELSE

```

```

4030 IF R50>0 THEN
4040 U=U
4050 ELSE
4060 U=U+180
4070 END IF
4080 END IF
4090 PRINT "U=";U
4100 ! SO(SMALL OMEGA)
4110 S0=U-V
4120 IF S0<0 THEN S0=360+S0
4130 PRINT "ARGUMENT OF PERIGEE=";S0
4140 ! T(TIME OF PERIFOCAL PASSAGE)
4150 Ee=2*ATAN(TAN(V/2)/SQR((1+E)/(1-E)))
4160 Mm=Ee-EXSIN(Ee)
4170 Manom=Mm
4180 IF Manom<0 THEN Manom=360+Manom
4190 PRINT "MEAN ANOM=";Manom
4200 Mm=Mm*PI/180
4210 Tt=T-Mm*Sa^1.5/K
4220 PRINT "T=";Tt;"MIN"
4230 Tt=Jd+Tt/60/24
4240 PRINT "TIME OF PERIFOCAL PASSAGE=";Tt
4250 SUREND

```